

**Exercice N°1(OCM) (3pts)**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée: Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou absence de réponse vaut 0 point.

Soit la fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1}$

1) La fonction dérivée  $f'$  est donnée par :

a)  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x^2 + x + 1)}$       b)  $f'(x) = \frac{-x^2 - 2x}{(x^2 + x + 1)^2}$       c)  $f'(x) = \frac{1}{2x + 1}$

2) la courbe de la fonction  $f$  admet au voisinage de  $+\infty$  :

- a) une asymptote horizontale d'équation  $y = 0$
- b) une branche parabolique infinie de direction l'axe des abscisses
- c) une asymptote verticale d'équation  $x = 0$

3) l'équation cartésienne de la tangente au point d'abscisse 1 est

a)  $T : y = \frac{-1}{3}x + \frac{2}{3}$       b)  $T : y = \frac{-1}{3}x + 1$       c)  $T : y = \frac{2}{3}(x-1) - \frac{1}{3}$

**Exercice N°2(4 pts)**

Dans la ville de GRAPHE, on s'intéresse aux principales rues permettant de relier différents lieux ouverts au public, à savoir la Mairie ( $M$ ), le Centre commercial ( $C$ ), la Bibliothèque ( $B$ ), la Piscine ( $P$ ) et le Lycée ( $L$ ).

Chacun de ces lieux est désigné par son initiale. Le tableau ci-dessous donne les rues existant entre ces lieux.

	B	C	L	M	P
B		X		X	X
C	X		X	X	
L		X		X	
M	X	X	X		X
P	X			X	

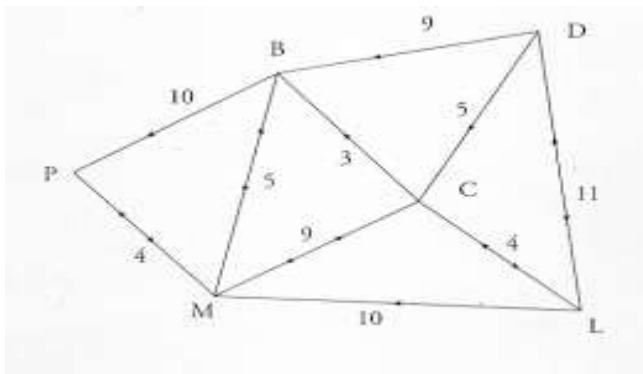
1. Dessiner un graphe représentant cette situation.

2.a) Montrer qu'il est possible de trouver un trajet empruntant une fois et une seule toutes les rues de ce plan ? Justifier. Proposer un tel trajet.

b) Est-il possible d'avoir un trajet partant et arrivant du même lieu et passant une fois et une seule par toutes les rues ?

3. Mohamed habite dans cette ville; le graphe suivant donne le nouveau plan du quartier avec les sens de circulation dans les différentes rues et le temps de parcours entre les différents lieux. Mohamed désire prendre sa voiture pour se rendre de son domicile noté D jusqu'à la Piscine.

Proposer un trajet le plus court possible lui permettant de se rendre de son domicile à la Piscine.



**Exercice N°3(5 pts)**

Une entreprise basée à Tunis a ouvert une deuxième succursale à Sfax. À l'ouverture de cette dernière, 500 personnes travaillaient à Tunis et 300 personnes à Sfax

Chaque année, 30 % des personnes travaillant à Tunis sont mutées à Sfax et 40 % des personnes travaillant à Sfax sont mutées à Tunis.

1. a) Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste d'ordre 2.  
 b) Donner la matrice M de transition de ce graphe, les indices 1 et 2 des coefficients de la matrice correspondant respectivement à Tunis et Sfax.
2. a) Donner la matrice ligne  $P_0$  décrivant la répartition du personnel l'année de l'ouverture de la succursale de Sfax.

- b) Indiquer la répartition du personnel un an après l'ouverture de cette succursale, deux ans après, dix ans après, quinze ans après.
3. Peut-on prévoir quelle sera, à terme, la répartition du personnel entre ces deux succursales ? Justifier.
4. Retrouver ce résultat en déterminant la matrice ligne  $P = (x, y)$  telle que  $P = P * M$ .

**Exercice N°4 : (8 pts)**

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 1 - \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  et  $\zeta_f$  la courbe de  $f$  dans un repère Orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) a) Montrer que  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$

b) Montrer que la droite  $\Delta : x = 1$  est un axe de symétrie de  $\zeta_f$ .

2) a) Montrer que  $f$  est continue et dérivable sur  $\mathbb{R}$  et que :  $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}$

b) Préciser le sens de variation de  $f$  sur  $[1; +\infty[$ .

c) calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

d) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

3) a) Vérifier que  $f(x) - (-x+2) = \frac{-4}{x-1+\sqrt{x^2-2x+5}}$

c) Montrer que la droite  $D : y = -x + 2$  est une asymptote oblique à  $\zeta_f$  au voisinage de  $+\infty$ .

b) En déduire que la droite  $D' : y = x$  est une asymptote oblique à  $\zeta_f$  au voisinage de  $-\infty$ .

4) Tracer les droites  $D$  et  $D'$  et la courbe  $\zeta_f$ .

BON TRAVAIL