

EX 1 :

On considère la fonction f définie sur $]0 ; \sqrt{2}]$ par $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$

- 1) Démontrer que f est une bijection de $]0 ; \sqrt{2}]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
- 2) Expliciter $f^{-1}(x)$
- 3) Montrer que l'équation $f(x) = -4x + \sqrt{5}$ admet dans $]0 ; \sqrt{2}[$ une solution unique.

EX 2 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{2-x} & \text{si } x < 0 \\ 4x^3 + x^2 + x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- 1) Etudier la continuité de f sur son domaine de définition.
- 2) Montrer que la restriction g de f à $] -\infty ; 0[$ réalise une bijection de $] -\infty ; 0[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
- 3) Montrer que $f(x) = 0$ admet dans $] -\infty ; 0[$ une unique solution α . Vérifier que $\alpha \in]0 ; 1[$.
- 4) Donner l'expression de $g^{-1}(x)$ pour $x \in J$

EX 3 :

- 1) Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1$
 - a) Montrer que $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une solution unique $\alpha \in]0 ; 1[$
 - b) .En déduire que α est le seul réel vérifiant $\alpha = \sqrt{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}}$
- 2) Soit g la fonction définie sur $]0 ; 1[$ par $g(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$
 - a) Montrer que g est une bijection de $]0 ; 1[$ sur lui-même soit h sa bijection
 - b) Expliciter $h(x)$ pour tout $x \in]0 ; 1[$

EX 4 :

Soit la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1} + ax + b$

- 1) Déterminer a et b pour que l'on ait $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2x = 0$
- 2) Montrer que f est une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle que l'on précisera.
- 3) Expliciter $f^{-1}(x)$ en fonction de x

Hichem_farhati@yahoo.fr