Lycée Ibn-Elhaytham	Devoir de contrôle n°1 Mathématiques	Classe : 4^{eme} tech 1
AS : 2012/2013		Date : 08/11/2012
Prof : Mahmoudi		Durée : 2h

Exercice n°1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux **sans justifier** :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1) Les points A d'affixe i, B d'affixe 1+i et C d'affixe 2 +2i sont alignés.
2) Trois points, A d'affixe z_A, B d'affixe z_B et C d'affixe z_C sont alignés si $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ est réel.
3) Si le point A est sur le cercle de diamètre [BC] alors $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ est imaginaire pur.

Exercice n°2 (7 points)

Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $iz^2 + \sqrt{3}z - i = 0$. On note z_1 et z_2 les solutions de cette équation.
   b) Mettre z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
   c) On considère les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2. Quelle est la nature du triangle OAB ?.

2) On considère l'équation (E_θ): $iz^2+(2\sin\theta)z - 2i(1 + \cos\theta) = 0$. avec $\theta \in]0, \pi[$.

   a) Vérifier que $\sin^2\theta - 2(1 + \cos\theta) = [i(1+ \cos\theta)]^2$.

   b) Résoudre alors l'équation (E_θ).

   c) Mettre les solutions de l'équation (E_θ) sous forme exponentielle.

3) On donne les points M et N d'affixes respectives $2\cos(\frac{\theta}{2})e^{i\frac{\theta}{2}}$ et $2\sin(\frac{\pi-\theta}{2})e^{i(\pi+\frac{\theta}{2})}$.

Montrer que pour tout $\theta \in]0, \pi[$ le triangle OMN est isocèle en O.

Exercice n°3 **(10 points)**

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+x} - x & \text{si } x > 0. \\ f(x) = 2x - \sin x & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$

1) Préciser le domaine de définition de f.
2) Etudier la continuité de f en 0.
3) a) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
   b) Interpréter graphiquement le résultat.
   c) Montrer que pour tout $x \leq 0$ on a $f(x) \leq 1 + 2x$.
   d) En déduire $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

4) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche et à droite en 0. F est elle dérivable en 0 ?.

   b) Interpréter graphiquement les résultats.

5) a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]-\infty\ 0[$.

   b) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $]-\infty\ 0[$.

   c) En déduire que pour tout $x \in]-\infty\ 0[$ on a $x \leq \frac{\sin x}{2}$.

Bon travail