Lycée privée **«EL AMEL»** de Mateur		**SERIE N° : 01**
Classe : 4ème Economie et Gestion	**Année : 2012 / 2013**	**Prof : AYADI ZOUHEIR**

Exercice n°1: **Répondre par « VRAI » ou « FAUX » :**

1) Soit $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Alors : La matrice $A^2=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

2) Les deux matrices $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ commutent $(A\times B=B\times A)$.

3) On considère les deux matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

   Alors : $A\times B=\begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -9 \end{pmatrix}$ et la matrice $B\times A$ n'est pas définie.

Exercice n°2:

1) On considère la matrice : $A=\begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ -3 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; où $a\in\mathbb{R}$.

   Déterminer les valeurs de a pour les quelles la matrice A soit inversible.

2) Dans la suite de l'exercice on pose : $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B=4A-A^2$

   a- Montrer que A est inversible.
   b- Calculer : B et $A\times B$.
   c- En déduire la matrice inverse A^{-1}.

Exercice n°3:

1) On donne les deux matrices : $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -3 & 3 & -3 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

   a- Calculer dét(A) et dét(B).
   b- En déduire que A est inversible.
   c- Calculer : $A\times B$.
   d- En déduire A^{-1} la matrice inverse de A.

2) On considère le système : (S) : $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+y-z=6 \\ x-2y-2z=1 \end{cases}$

   a- Ecrire (S) sous forme matricielle.
   b- Résoudre alors le système (S).

Exercice n°4:

1) Soit la matrice : $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

   a- Montrer que A est inversible.
   b- Vérifier que : $A^2-3A+2I_3=0$
   c- En déduire la matrice inverse A^{-1} de A .

2) On considère le système : $(S)\ :\ \begin{cases} y - z = 1 \\ -3x + 4y - 3z = 2 \\ -x + y = 3 \end{cases}$

a- Ecrire le système (S) sous forme matricielle.

b- Résoudre alors le système (S).

<u>Exercice n°5:</u>

A / Soient A et B deux matrices carrées d'ordre 3 telles que : $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 3 & 8 & 6 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 8 & 9 & -22 \\ \frac{3}{2} & 2 & -\frac{9}{2} \\ -6 & -7 & 17 \end{pmatrix}$

1) Montrer que la matrice A est inversible.
2) Calculer : $A \times B$. En déduire la matrice inverse A^{-1} de A.

B / Une usine fabrique chaque jours trois types de cartes d'ordinateurs : le modèle C_1 , le modèle C_2 et le modèle C_3 . Pour chaque modèle , on utilise des puces électroniques de types : P_1 , P_2 et P_3 avec la répartition suivante :

Puce \ Modèle	C_1	C_2	C_3
P_1	5	2	7
P_2	3	8	6
P_3	3	4	5

Un certain jour , on utilise : 588 puces P_1 , 630 puces P_2 et 470 puces P_3.
On notes x , y et z les nombres respectifs des cartes C_1 , C_2 et C_2 fabriquées.

1) Traduire les informations ci-dessus en un système (S) de trois équations à trois inconnues x , y et z.
2) Donner l'écriture matricielle de (S).
3) Résoudre alors le système (S).
4) En déduire le nombre de cartes fabriquées de chaque modèle.

<u>Exercice n°6:</u>

A/ Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $g(x) = x^3 + 3x - 2$.

1) Dresser le tableau de variation de g sur $[0,+\infty[$.

2) Montrer que g réalise une bijection de $[0,+\infty[$. Sur un intervalle J que l'on précisera.

3) a- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $[0,+\infty[$ une unique solution α .

b- Vérifier que $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{2}{3}$

B/ Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$. Montrer que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$

<u>Exercice n°7:</u>

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \begin{cases} x^3 + 3x + 6 & si \quad x \leq -1 \\ \dfrac{(x^2 - x + 4)}{(x^2 + 2)} & si \quad x > -1 \end{cases}$

1) Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.
2) Déterminer le domaine de continuité de g .
3) Monter que l'équation g(x) = 0 admet dans l'intervalle $[-2 , -1]$ une unique solution α .