EXERCICE N°1

On donne quatre réels a, b , c et d tel que : $a^2 + b^2 = 1$ *et* $c^2 + d^2 = 1$.
Montrer que $(ac+bd)^2 + (ad-bc)^2 = 1$

EXERCICE N°2

Calculer $\left(\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$ *et* $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}-\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2$.

Que remarque-t-on ?

Le démontrer dans le cas général avec $\left(\sqrt{a}+\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$ *et* $\left(\sqrt{a}-\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$ *où a est un rationnel positif non nul.*

EXERCICE N°3

On donne trois réels non nuls a, b et c tel que : $a+b+c \neq 0$ *et* $b+c-a \neq 0$
Montrer que $\frac{2bc+b^2+c^2-a^2}{2bc} \times \frac{1}{b+c-a} \times \frac{b^2+c^2-(b-c)^2}{a+b+c} = 1$

EXERCICE N°4

1°)Montrer que pour tout x , a∈ R : $x^2+ax = \left(x+\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}$

2°)Factoriser alors : $A = x^2+4x+1$, $B = x^2-3x+1$

EXERCICE N°5

1°)Montrer que , pour tout réel x , on a : $(1-x)(1+x+x^2+x^3) = 1-x^4$

2°)En déduire : $1+x+x^2+x^3 = \frac{(x^4+x^2+1)(x^4+3x^2+1)}{x^2-x+1}$

EXERCICE N°6

1°)Développer $(x+1)^3$.

2°)En déduire une façon rapide de calculer 101^3 .
3°)Calculer $2{,}1^3$.

4°)Développer $(a-b)^3$.

5°)En déduire une façon rapide de calculer 999^3
6°)Développer $(x+y+z)^2$.

7°)Utiliser le puissance de 10 pour calculer $(101{,}01)^2$

8°)Sans poser d'opération, calculer 123456789^2

EXERCICE N°7

1 °) Soit x = 0,99…9 (1997 chiffres égaux à 9).
Quel est le 1997° chiffre après la virgule de x^2 *?*

2°) Comparer les nombres : $x = \frac{1}{(0{,}999999999997)^2}$ *et* $y = (1{,}000\,000\,000\,003)^2$.

EXERCICE N°8

On considère l'équation : $(E): x+\frac{1}{x} = \sqrt{5}$; $x \neq 0$

1°)Soit a une solution de (E) , calculer :

$A = a^2+\frac{1}{a^2}$ *et* $B = a^3+\frac{1}{a^3}$

2°)Montrer que le réel $r = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ *est une solution de l'équation (E).*

3°)Déduire de ce qui précède la valeur du nombre réel :

$C = \left(\frac{2}{1+\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3$.

4°)Soit r' une deuxième solution de (E) .

a- *Montrer que r.r'=1*

b- *En déduire la valeur de r'.*

EXERCICE N°9

1°) Calculer $\left(1+\sqrt{5}\right)^2$ *en déduire une simplification de* $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

2°) En utilisant une méthode analogue au 1°) simplifier les expressions suivantes :

$\sqrt{4-2\sqrt{3}}$; $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$; $\sqrt{2+\sqrt{3}}$; $\sqrt{\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}}$

EXERCICE N°10

On considère les expressions $E=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right).\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)$ *et* $F=\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}$.

1°)Montrer que E est un entier .

2°)Calculer F^2 *et déduire la valeur de F.*

EXERCICE N°11

Soit l'expression : $\gamma=\dfrac{6x^5-9x^4}{4x^2-12x+9}$ *avec* $x\neq\dfrac{3}{2}$

1°)Factoriser : $d = 4x^2-12x+9$.

2°)Calculer de deux manier d pour $x=\sqrt{7}$

3°)En déduire que $\sqrt{37-12\sqrt{7}}=2\sqrt{7}-3$

4°)En déduire alors que $\sqrt{37+12\sqrt{7}}=2\sqrt{7}+3$

5°)Montrer que $\dfrac{1}{2\sqrt{7}-3}-\dfrac{1}{2\sqrt{7}+3}-\dfrac{6}{19}=0$

6°)Simplifier k.