Lycee H . Souk Jerba Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Contrôle N : 2 Durée : 2 Heures	4 Sc-informatique 18 Mars 2011

EXERCICE N : 1 (6 points)

A) Déterminer la seule réponse correcte de chacune des propositions suivantes :

1) Soit n un entier naturel non nul . Le PGCD (n + 1 , n) est égal à

a) 1 **b)** n **c)** n +1

2) Le PPCM (- 984 , 702) est égal à

a) 230256 **b)** 115128 **c)** - 115128

3) Soit m un entier . Si $m \equiv 9\ [10]$ alors :

a) $m^{2011} \equiv 1\ [10]$ **b)** $m^{2011} \equiv 9\ [10]$ **c)** $m^{2011} \equiv 0\ [10]$

B) Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse .

1) Pour tout entier naturel n , $2^{2n} - 1$ est divisible par 3 .

2) Soit a un entier naturel non nul . Si $a^3 \equiv 1\ [7]$ alors $a \equiv 1\ [7]$.

3) Soit m un entier . $m \equiv 0\ [20]$, si et seulement si , $m \equiv 0\ [4]$ et $m \equiv 0\ [5]$.

4) Soit n un entier . $n \equiv 0\ [20]$, si et seulement si , $n \equiv 0\ [2]$ et $n \equiv 0\ [10]$.

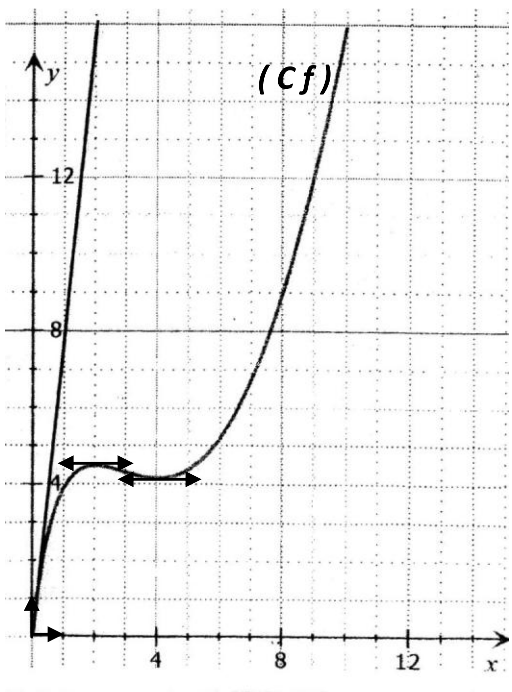
5) L'équation **(E)** : $10x + 5y = 6$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{Z}^2$.

6) (E ') : $12x - 5y = 3$ admet pour ensemble de solutions dans $\mathbb{Z}^2$: $\{(4 + 10k\ ;\ 9 + 24k)$ où $k \in \mathbb{Z}\}$.

EXERCICE N : 2 (5 points)

La courbe **(C f)** , ci-contre , est la représentation graphique dans le repère orthonormé R (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) d'une fonction f définie sur $[0\ ;+\infty[$. **(C f)** admet aux points d'abscisses **2** et **4** des tangentes horizontales .

La tangente **(T)** à **(C f)** au point O passe par le point A (1 , 8) .



1) a) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

b) Donner les valeurs de $f'(2)$, $f'(4)$ et $f'(0)$.

c) Donner une équation cartésienne de la droite **(T)** .

2) On suppose que pour tout $x \in [\, 0 \,;\, +\infty \,[$, $f'(x) = \dfrac{a x^2 + b x + c}{x+1}$.

En utilisant les résultats de la question **1) b)** Déterminer les valeurs de a , b et c .

3) On prend pour la suite : $a = 1$, $b = -6$ et $c = 8$.

a) Vérifier que pour tout x de $[\, 0 \,;\, +\infty \,[$, $f'(x) = x - 7 + \dfrac{15}{x+1}$.

b) Déduire alors l'expression de $f(x)$ en fonction de x .

EXERCICE N : 3 (9 points)

A) On considère la fonction f définie sur $\mathbf{I} = \,]-2 \,,+\infty\,[$ par : $f(x) = \ln(x+2) + \dfrac{x}{x+2}$.

On note **(C f)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R\,(O, \vec{i}, \vec{j})$.**(Unité : 2 cm)**

1) Vérifier que pour tout $x \in \mathbf{I}$; $f'(x) = \dfrac{x+4}{(x+2)^2}$.

2) Dresser le tableau de variation de f .

3) Montrer que f admet une réciproque f^{-1} définie sur un intervalle **J** que l'on précisera .

B) On considère la fonction g définie sur $\mathbf{I}$ par : $g(x) = f(x) - x$.

1) a) Etudier les variations de g .

b) En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbf{I}$ exactement deux solutions -1 et α .

c) Vérifier que $\alpha \in \,]\, 1.8 \,,\, 2 \,[$.

2) Donner , alors , la position relative de **(C f)** et la droite Δ d'équation : $y = x$.

3) Donner une équation cartésienne de la tangente **(T)** à **(C f)** au point A d'abscisse 0 .

4) a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$; interpréter graphiquement ce résultat .

b) Tracer **(T)** , Δ , **(C f)** et **(C f^{-1})** dans le repère R . **(On prend : $\alpha = 1.9$)**

C) Soit la fonction F définie par : $F(x) = x \ln(x+2)$.

1) Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbf{I}$.

2) Montrer que $F(\alpha) = \dfrac{\alpha^2(\alpha+1)}{\alpha+2}$