<u>*Correction du devoir de contrôle n°1*</u>
2011 – 2012

<u>*Exercice 1 :*</u> (*4pts*)

1) la fonction $x \mapsto \frac{x^2-1}{|x-2|-1}$ est définie sur $IR \setminus \{1,3\}$

($|x-2|-1=0 \Leftrightarrow |x-2|=1 \Leftrightarrow x-2=1$ ou $x-2=-1 \Leftrightarrow x=3$ ou $x=1$)

2) La fonction f définie sur $[1,+\infty[$ par $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2+3}$ est ni paire ni impaire.

   (car si $x \in [1,+\infty[, -x \notin [1,+\infty[$

3) L'ensemble des points M du plan tel que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB}=1$ est une droite

4) $\overrightarrow{PM}.\overrightarrow{PN}=PI^2-\frac{1}{4}MN^2$(Théorème de la médiane) $=4^2-\frac{1}{4}\times 4^2$

   $=16-4=12.$

<u>*Exercice 2 :*</u> (*4pts*)

1) f est impaire car sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère. (**1*pt***)

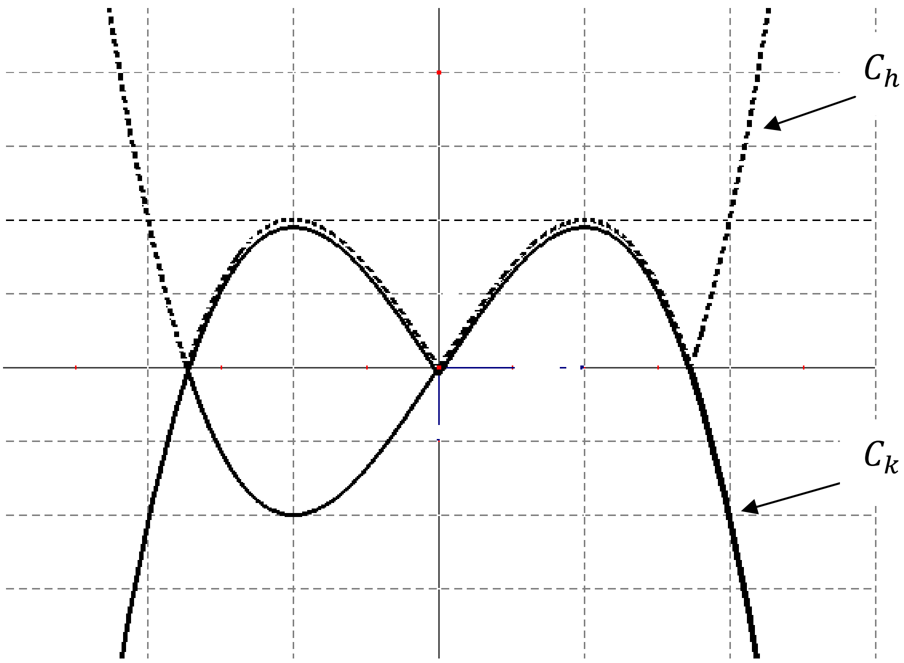
2) Le minimum de f sur $[-2,2]$ est -2. Le maximum de f sur $[-2,2]$ est 2. (**1*pt***)

3)

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f	↘		↗	↘

(1 pt)

4)



(1 pt)

Exercice3 : $(4pts)$:

1) f *est une fonction polynome donc continue en* $\frac{3}{2}$. $(\mathbf{1\ pt})$
2) $\bullet x \mapsto x - 1$ *est une fonction affine donc continue en* 0 $|x-1|$ est continue en 0

   $\bullet x \mapsto x^2 + 1$ *est une fonction polynome donc continue en* 0

   $\Rightarrow x \mapsto |x-1|(x^2+1)$ *est continue en* 0

   $\bullet h : x \mapsto x^3 - x^2 + 1$ est une fonction polynome donc continue en 0 .

   $\bullet h(0) = 1 \neq 0$. D'ou f est continue en 0 **(1,5 pts)**
3) $x \mapsto \frac{2x-11}{x^4+1}$ *est une fonction rationnelle définie en tout réel*

   $(x^4 + 1 \neq 0\ \forall\ x)$

   donc continue en 2011 *donc f est continue en* 2011.**(1,5 pts)**

Exercice 4 : $(8pts)$

1) $(\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA}).(\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED}.\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB}$

   $= \overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB} \qquad (\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{CB} = 0\ et\ \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{EC} = 0)\ (\mathbf{0,5}pt)$
2) **a)** $\bullet\ \overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EC} = -ED \times EC = -1 \times 3 = -3 \quad (\mathbf{0,5}pts)$

   $\bullet\ \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB} = DA \times CB = 3 \times 4 = 12(\mathbf{0,5}pts)$

   $\bullet\ \overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB} = -3 + 12 = 9$ **(0,5pts)**

   b) Ona $EA^2 = ED^2 + AD^2 = 1 + 9 = 10$ donc $EA = \sqrt{10}$ **(0,5pts)**

   de meme $EB^2 = EC^2 + CB^2 = 9 + 16 = 25$ donc $EB = 5$ **(0,5pts)**

   c) $AB^2 = 4^2 + 1^2 = 17$ donc $AB = \sqrt{17}$
3) **a)** $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CH}.\overrightarrow{CB} = CH \times CB = 3 \times 4 = 12$

   $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CE}.\overrightarrow{CD} = CE \times CD = 12$ **(1pt)**

On a $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CE} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CE} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CA}.(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CE}) = 0$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{EB} = 0 \quad \Leftrightarrow (CA) \perp (EB)$ **(0 ,5pt)**

4) **a)** On a $AB^2 + AD^2 = 17 + 9 = 26$ donc $A \in C$. $(\mathbf{0,5}pts)$.

   b) $MB^2 + MD^2 = \|\overrightarrow{MB}\|^2 + \|\overrightarrow{MD}\|^2 = \|\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}\|^2 + \|\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD}\|^2$

   $= (MO^2 + OB^2 + 2\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OB}) + MO^2 + OD^2 + 2\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{OD}$

   $= 2MO^2 + OB^2 + OD^2 + 2\overrightarrow{MO}.(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = 2MO^2 + OB^2 + OD^2$

   $= 2MO^2 + \frac{BD^2}{2}$**(1pt)**

c) $M \in C \Leftrightarrow 2MO^2 + \frac{BD^2}{2} = 26 \Leftrightarrow 2MO^2 = 26 - 16 = 10 \Leftrightarrow MO = \sqrt{5}$.

$Ansi$ C $= C_{(O\,,\sqrt{5})}$ **(1pt)**

5) $Soit\ le\ rep$è$re\ orthonorm$é $(A, \vec{i}, \vec{j})$ tels que $\vec{i} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AH}$ et $\vec{j} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

On a $M(x, y), B(4, -1)\ et\ D(0,3)$.

$MB^2 + MD^2 = (4 - x)^2 + (-1 - y)^2 + (0 - x)^2 + (3 - y)^2 = 26$

$\Leftrightarrow 16 - 8x + x^2 + 1 + 2y + y^2 + x^2 + 9 - 6y + y^2 = 26$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 2y^2 - 4y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + y^2 - 2y = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$

$c'est\ l'$é$quation\ du\ cercle\ de\ centre\ O(2,1) et\ \ de\ rayon\ \sqrt{5}$ **(1pt).**