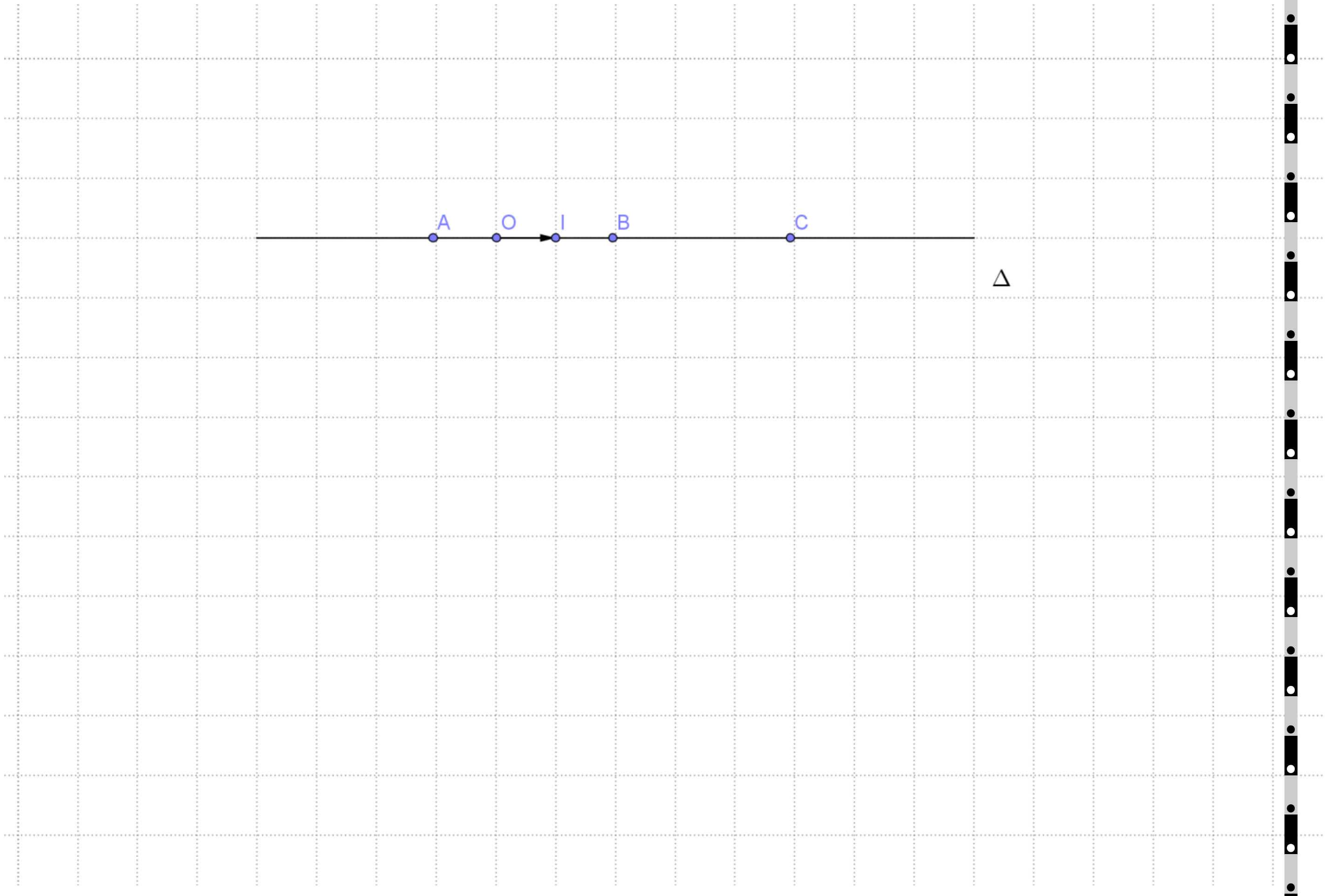
MR : GARY Lycée Mourouge 2	**Chapitre 6 :** **Activités dans un repère**	***Classe : 1 er Secondaire***

I) Repère cartésien d'une droite

1) Abscisse d'un point

a) Activité 1 P 82



-3 – A (-1) éq $\overrightarrow{OA} = (-1)\overrightarrow{OI}$; B (2) éq $\overrightarrow{OB} = 2\,\overrightarrow{OI}$; C (5) éq $\overrightarrow{OC} = 5\,\overrightarrow{OI}$

-4- M (x) équivaut $\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{OI}$

Définition P 82

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien (O, $\overrightarrow{OI}$) .Soit M un point de Δ.L'abscisse du point M dans le repère (O, $\overrightarrow{OI}$) est l'unique réel x tel que $\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{OI}$

2) Milieu d'un segment

a) Activité

Soit Δ une droite muni d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$. Soit M (x_M) et N (x_N) et K le milieu de [MN] . Montrer que $x_K = \frac{x_M + x_N}{2}$

On a : K le milieu de [MN] équivaut $\overrightarrow{NK} = \overrightarrow{KM}$ $\acute{e}quivaut$ $\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OK} = \overrightarrow{KO} + \overrightarrow{OM}$

$2\,\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$ équivaut $2x_k\overrightarrow{OI} = x_M\,\overrightarrow{OI} + x_N\,\overrightarrow{OI}$ $\quad \overrightarrow{OI} \neq \vec{O}$

Alors $x_K = \frac{x_M + x_N}{2}$

Retenons

Δ un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$: Soit M (x_M) et N (x_N) et K le milieu de [M N] équivaut $x_k = \frac{x_M + x_N}{2}$ et $\overrightarrow{OK} = x_k\overrightarrow{OI}$

3) Mesure algébrique d'un vecteur

a) Activité

Soit Δ une droite muni d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$ et A (x_A) et B (x_B)

-1- * Ecrire $\overrightarrow{OA}$ $en\ fonction\ de$ $\overrightarrow{OI}$.

* Ecrire $\overrightarrow{OB}$ $en\ fonction\ de$ $\overrightarrow{OI}$.

* Ecrire $\overrightarrow{AB}$ $en\ fonction\ de$ $\overrightarrow{OI}$.

Définition P 83

Soit Δ une droite munie d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$ .Soient A et B deux points de Δ d'abscisses respectives x_A et x_B , on a $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI}$.

La mesure algébrique du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le réel $x_B - x_A$ on note $\overline{AB} = x_B - x_A$

Remarque

-1- Relation de Chasles

Pour tous points M ,N et P d'une droite munie d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$ on a :

$$\overline{MN} + \overline{NP} = \overline{MP}$$

-2- Distance entre deux points

MN = $|\overline{MN}| = |x_N - x_M|$

-3- $\overrightarrow{MN} = \overline{MN}\,\overrightarrow{OI}$

-4- Soit Δ une droite muni d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$ A (x_A) , B (x_B) C (x_C)

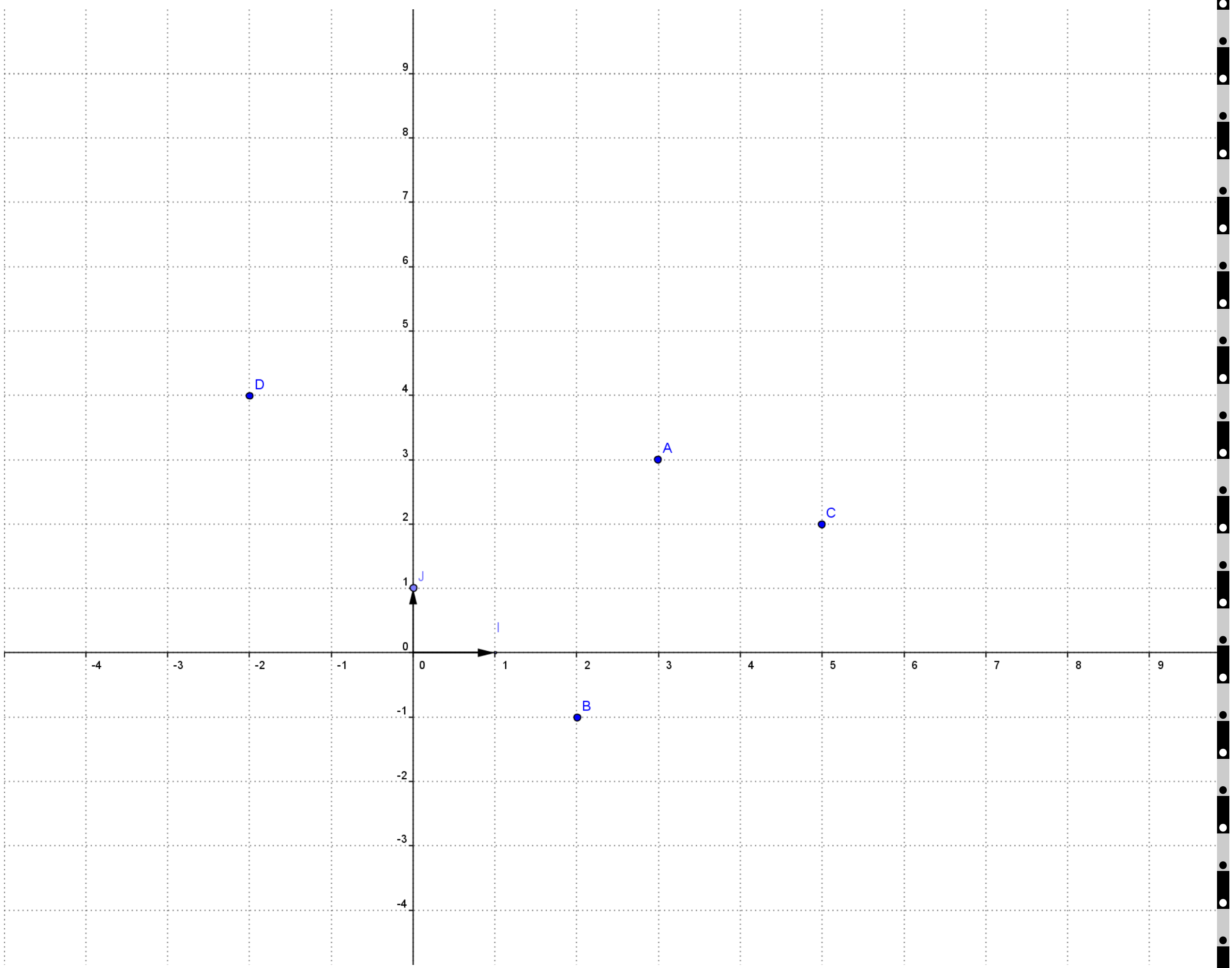
D (x_D) et $k \in \mathbb{R}$

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut $x_B - x_A = x_D - x_C$
- k $\overrightarrow{AB}$ = k $(x_B - x_A)\,\overrightarrow{OI}$
- $\overrightarrow{AB} = k\ \overrightarrow{CD}$ équivaut $x_B - x_A = k(x_D - x_C)$

II) Repère cartésien du plan

1) Coordonnées d'un point

a) Activité 6 P 84



-1- a) A(3,3) B (2,-1) C (5,2) et D (-2,4)

b) $\overrightarrow{OA} = 3\,\overrightarrow{OI} + 3\,\overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OB} = 2\,\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OC} = 5\,\overrightarrow{OI} + 2\,\overrightarrow{OJ}$ et

$\overrightarrow{OD} = -2\,\overrightarrow{OI} + 4\,\overrightarrow{OJ}$

-2- M (x,y) dans $\Re(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ (ONMP est un parallélogramme)

$\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{OI} + \mathrm{y}\,\overrightarrow{OJ}$

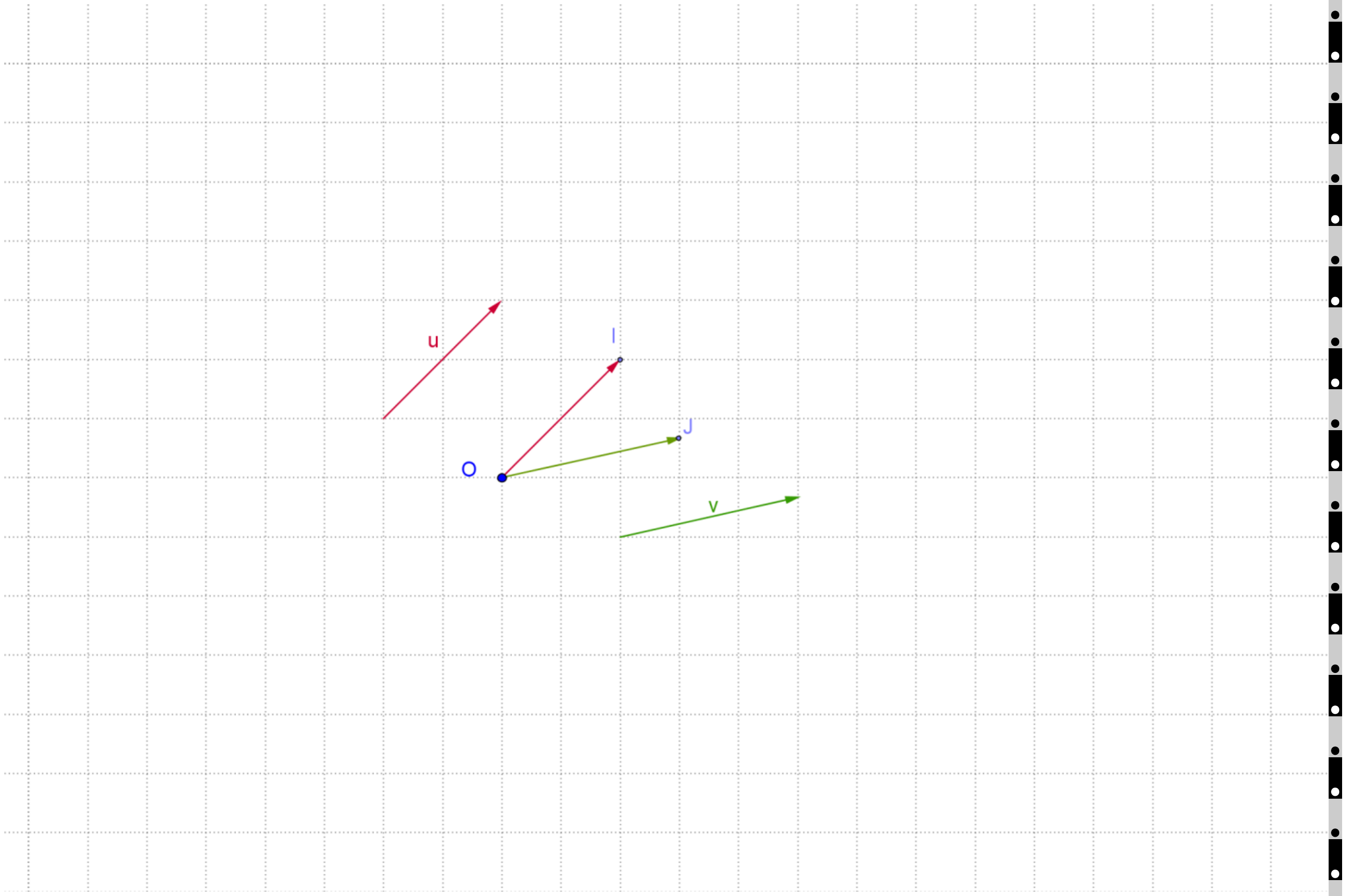
Retenons

$\Re(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ repère cartésien du plan . O l'origine

(O, $\overrightarrow{OI}$) l'axe des abscisses et (O, $\overrightarrow{OJ}$) l'axe des ordonnées .

-2- Définition

Soit $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires .O un point du plan (O , $\vec{u}$, $\vec{v}$) est un repère cartésien du plan



M(x, y) dans le repère $\Re(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ **équivaut** $\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{OI} + \mathrm{y}\,\overrightarrow{OJ}$

Le réel x est l'abscisse de M

Le réel y est l'ordonné de M

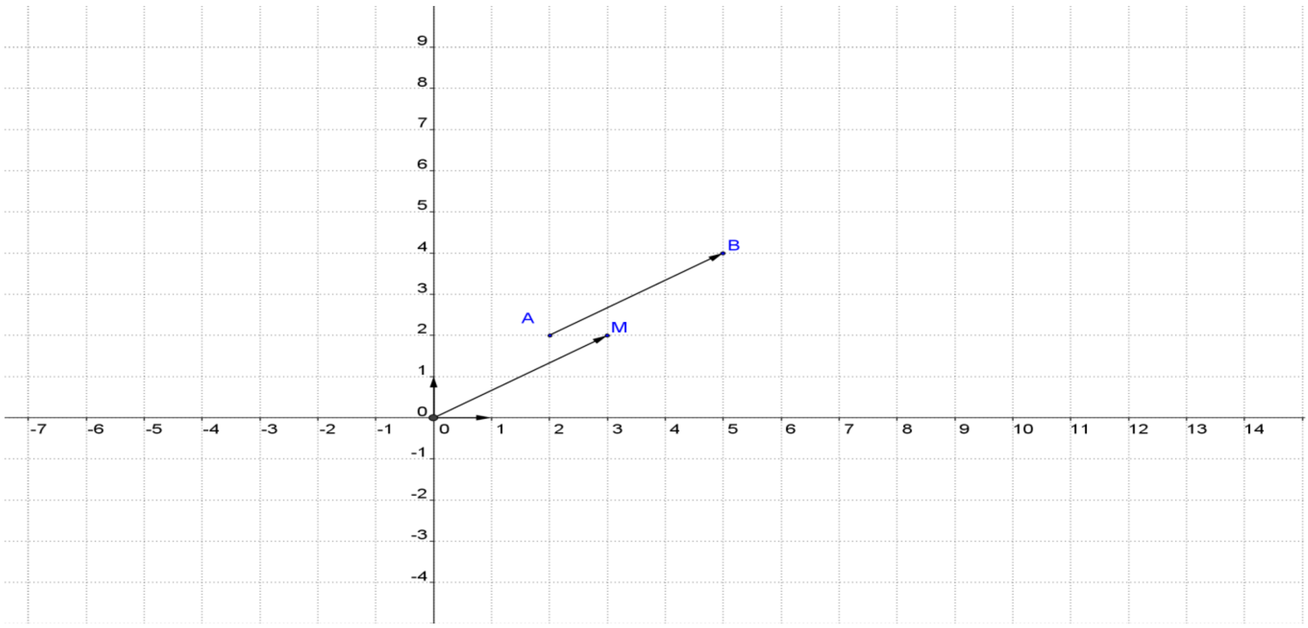
-3- Application

Compléter

Abscisse du plan	Ecriture vectorielle
A(-1,2) dans $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$	$\overrightarrow{OA} = \cdots\vec{\imath} + \cdots\ \vec{\jmath}$
M(..,..) dans $(B,\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BO})$	$\overrightarrow{BM} = 3\ \overrightarrow{BC} - \ \overrightarrow{BO}$
F(..,..) dans$(E,\vec{\imath},\vec{\jmath})$	$\overrightarrow{EF} = -3\ \vec{\jmath} + \ 4\vec{\imath}$

-4- Composantes d'un vecteur

a) Activité 7 P 84



-1- A(2,2) , B (5,4) $\Re(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ $\overrightarrow{OA} = 2\ \overrightarrow{OI} + 2\ \overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OB} = 5\ \overrightarrow{OI} + 4\ \overrightarrow{OJ}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \ \overrightarrow{OB}$ = - $\overrightarrow{OA} + \ \overrightarrow{OB}$ = - (2 $\overrightarrow{OI} + 2\ \overrightarrow{OJ}$) + (5 $\overrightarrow{OI} + 4\ \overrightarrow{OJ}$)

$\overrightarrow{AB} = 3\ \overrightarrow{OI} + 2\ \overrightarrow{OJ}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OM}$ équivaut $\overrightarrow{OM} = 3\ \overrightarrow{OI} + 2\ \overrightarrow{OJ}$ M (3,2)

-2- A(2,2) , B (5,4)

$$\begin{cases} x_B - x_A = 5 - 2 = 3 = x_M \\ y_B - y_A = 4 - 2 = 2 = y_M \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI} + (y_B - y_A)\overrightarrow{OJ}$$

-3- E(-2,1) , F (1,3)

$$\begin{cases} x_F - x_E = 1 - (-2) = 3 \\ y_F - y_E = 3 - 1 = 2 \end{cases}$$

Le couple (2,3) est appelé composante de $\overrightarrow{AB}$ et on note $\overrightarrow{AB}\binom{3}{2}$

En générale

A (x_A, y_A) et B (x_B, y_B) équivaut $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI} + (y_B - y_A)\overrightarrow{OJ}$

$(x_B - x_A)$ et $(y_B - y_A)$ **sont les composantes du vecteur** $\overrightarrow{AB}$

-5- Définition

Dans $\Re(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ A (x_A, y_A) et B (x_B, y_B) équivaut $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Ou $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI} + (y_B - y_A)\overrightarrow{OJ}$

Le couple $(x_B - x_A)$ et $(y_B - y_A)$ est appelé couple de composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Et on le note $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

-6- Application

Soit $\Re(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ A(3,1) , B(7,4) et C(-3,4) .

Exprimer $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.

-7- Coordonnées du milieu d'un segment

Retenons

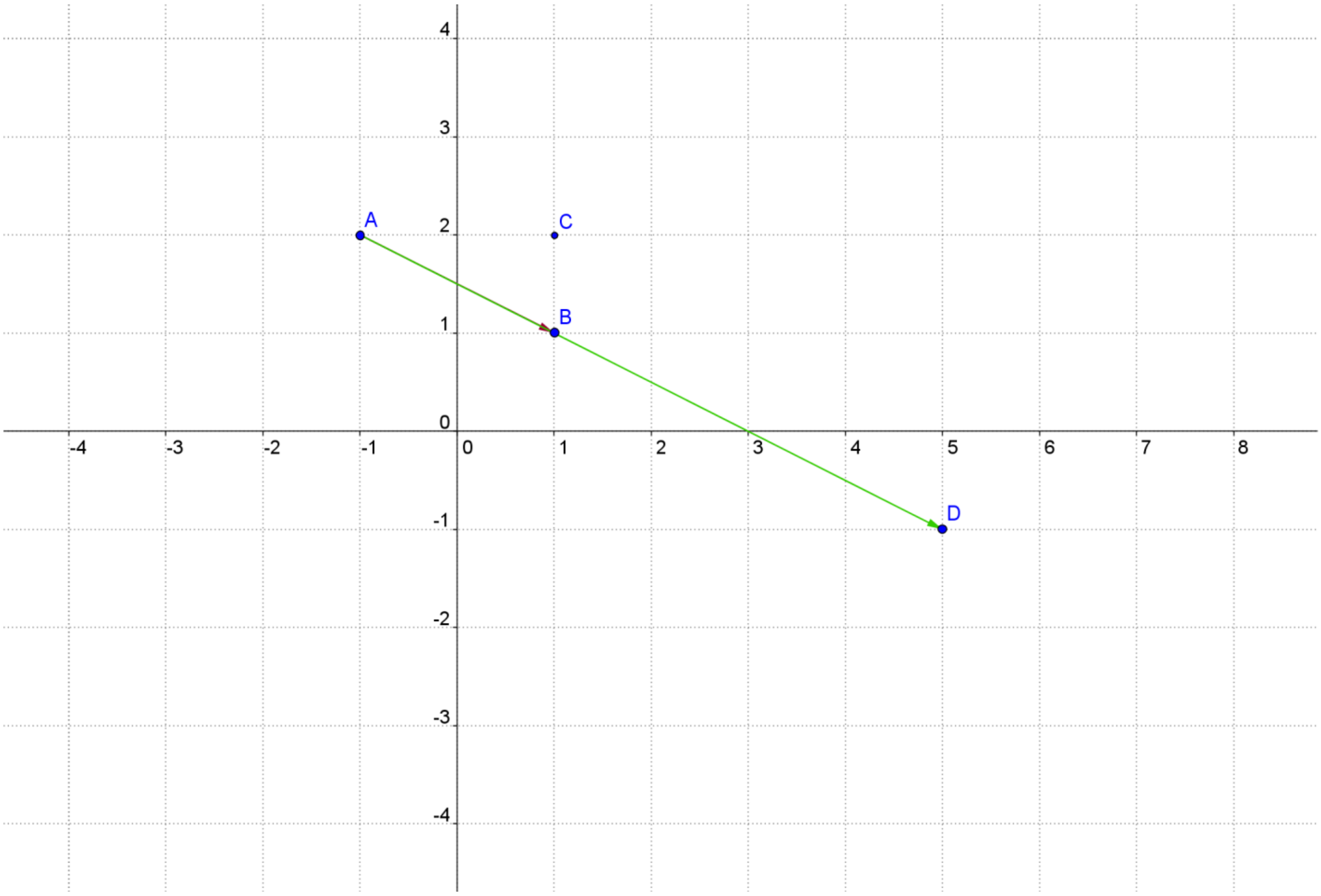
A (x_A, y_A) et B (x_B, y_B) I le milieu de [AB] équivaut I $\left(\frac{x_M + x_N}{2}, \frac{y_M + y_N}{2}\right)$

-8- Application

A $(-3,2)$ et B $(1,3)$ I le milieu de [AB] équivaut I $\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{2+3}{2}\right)$, I $\left(-1, \frac{5}{2}\right)$

-9- Composantes de vecteurs colinéaires

a) Activité 10 P 86



A $(-1,2)$; B $(1,1)$ et C $(1,2)$

-1- $\overrightarrow{AB}\binom{2}{1}$

-2- b) D(5,-1) $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD}\binom{6}{-3}$

c) $\frac{x_D - x_A}{x_B - x_A} = \frac{6}{2} = \frac{y_D - y_A}{y_B - y_A} = \frac{-3}{-1}$

On peut généraliser

$k \in \mathbb{R}$ $\quad \overrightarrow{AB} = k\ \overrightarrow{CD}$ équivaut $\begin{cases} x_B - x_A = k\,(x_D - x_C) \\ y_B - y_A = k\,(y_D - y_C) \end{cases}$

Les composantes de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont proportionnelles.

b) Application

A $(-3, 2)$; B $(-1, 2)$

-1- Calculer les composantes de $\overrightarrow{AB}$, 2 $\overrightarrow{AB}$ et -3 $\overrightarrow{AB}$.

-2- Trouver les coordonnées de point D tel que D(x, y) tel que $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$

-10-Distance de deux points dans un repère orthonormé

Définition : Le repère $\Re(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ orthonormé si (OI) ⊥(OJ) et OI = OJ =1

a) Distance entre deux points

Retenons

A (x_A, y_A) et B (x_B, y_B) la distance AB $= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

b) Application

A $(-3, 2)$; B $(-1, 2)$ Calculer la distance AB .