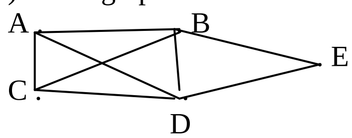
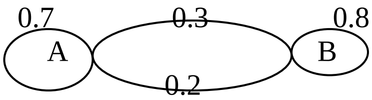
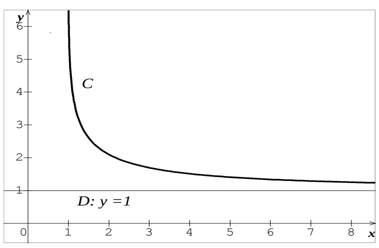
L.Ali Bourguiba Kalaa Kébira Pof :Abdesslem raoudha Le 16/5/2011	Classe :4 Eco_1+4Eco_2 Durée :2 H **DEVOIR DE SYNTHESE N° 3**

Exercice 1 :(4 points)

Cocher les bonnes réponses

<table>
<tr><td>1)Soit I = $\int_1^2 (1+\frac{1}{x})dx$</td><td>a)I =1 + ln2</td><td>b)I = 3 + ln2</td><td>c)I= - 1 + ln2</td></tr>
<tr><td>2)Soit J = $\int_{e^{-1}}^1 lnx\ dx$</td><td>a)J est positif</td><td>b)J est négatif</td><td>c)J est nul</td></tr>
<tr><td>3)Soit f une fonction continue sur IR
et telle que $\int_{-1}^2 f(x)dx$ =3 et
$\int_{-1}^0 f(x)dx$ = -3
soit K =$\int_0^2 f(x)dx$</td><td>a)K = 6</td><td>b)K = 0</td><td>c)K = - 6</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4)Soit le graphe G suivant
</td><td>a)G admet un cycle eulérien</td><td>b)G admet une chaine eulérienne</td><td>c)G n'admet ni chaine ni cycle eulérien</td></tr>
<tr><td>d)le nombre chromatique de G est entre 4 et 5</td><td>e)le nombre chromatique de G est entre 1 et 3</td><td>f)le nombre chromatique de G égal à 5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5)Soit T le graphe probabiliste suivant

Soit M la matrice de transition de T et p l'état stable</td><td>a)M = $\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{pmatrix}$</td><td>b)M =$\begin{pmatrix}0.7 & 0.3\\0.2 & 0.8\end{pmatrix}$</td><td>c)M =$\begin{pmatrix}0.7 & 0.3\\0.8 & 0.2\end{pmatrix}$</td></tr>
<tr><td>d)p = (0.4 0.6)</td><td>e)p = (0.5 0.5)</td><td>f)p = (0.6 0.4)</td></tr>
<tr><td>6)La courbe C est celle d'une fonction f définie sur IR*+
</td>
<td>a)Le tableau de variation de f est<table><tr><td>x</td><td>0 +∞</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>+</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>0 ↗ 1</td></tr></table></td>
<td>b)<table><tr><td>x</td><td>0 + ∞</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>-</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>+∞ ↘ 1</td></tr></table></td>
<td>c)<table><tr><td>x</td><td>0 +∞</td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>+</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>+∞ ↘ 0</td></tr></table></td></tr>
</table>

Exercice 2 :(5 points)

Un nourrisson est pesé quotidiennement durant le 1er mois de sa naissance .

Dans le tableau suivant X désigne le nombre de jours après la naissance du nourrisson et Y le poids en kg

X (en jours)	4	6	9	14	17	19	22
Y (en kg)	3.6	3.75	3.8	3.9	4	4.25	4.5

1)a)Représenter ,dans un repère orthogonal , le nuage de points associé à la série (X,Y)

b)Un ajustement affine de cette série est-il justifié ?

2) Soit G_1 le point moyen des 4 premiers points du nuage et G_2 le point moyen des derniers points du nuage

a)Déterminer les coordonnées de s points G_1 et G_2

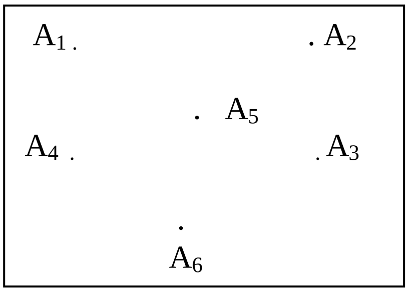
b)Déterminer une équation de la droite de Mayer (G_1 G_2)

3)a)Quelle pourrait être une estimation du poids du nourrisson après 30 jours de sa naissance ?

b)Quel pourrait être l'âge du nourrisson sachant que son poids est 4.6 kg ?

Exercice 3 : (5 points)

Un livreur d'une société de vente à domicile doit livrer , à partir de A_1 , 5 clients qu'on note A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , A_6.



Soit G le graphe représentant le réseau routier

On donne la matrice M associée au graphe G

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On donne aussi

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad M^4 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1)Justifier que ce graphe est orienté
2)A partir de M , déterminer $d^+(A_1)$ et $d^-(A_1)$
3)Justifier que le livreur peut livrer, à partir de A_1 , les 5 clients et en passant une et une seule fois par tous les rues
4)a)Déterminer le nombre de trajets en 3 étapes reliant A_3 à A_2
b)Déterminer le nombre de trajets en 4 étapes reliant A_6 à A_3
5)Déterminer la distance entre A_1 et A_6
6)Représenter ce graphe

Exercice 4 (6 points)

Soit la fonction f définie sur IR par f (x) = 3 - x e^{1-x}
On note C sa représentation graphique dans un repère orthonormé

1)a)Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu
b)Vérifier que f (x) = 3 - $\frac{\frac{e}{e^x}}{x}$ et déduire $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. interpréter le résultat obtenu

2)a)Montrer que f '(x) = (x-1) e^{1-x} et dresser le tableau de variation de f
b)Tracer C

3)A l'aide d'une intégration par parties , calculer l'aire A de la partie du plan limité par C , D : y = 3 , D' : x = 0 et D'' : x = 3
Donner une valeur approchée de A à 10^{-2} près .

4)La fonction f est le coût en milliers de dinars, de fabrication de x centaines d'objets 0 < x < 4
a)Déterminer le coût de fabrication de 300 objets
b)Déterminer le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût soit minimal
c)Déterminer la valeur moyenne de f sur [0 , 3]

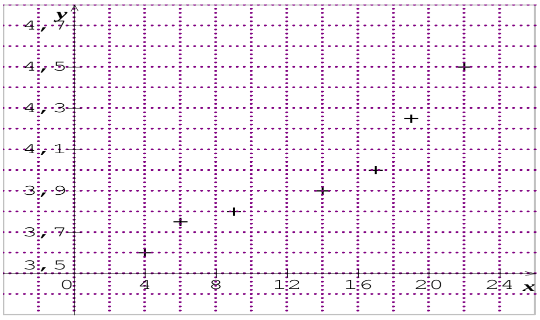
Correction :

Exercice1 :

1	2	3	4	5	6
a	b	a	a - d	b - d	b

Exercice 2 :

1)a)



b)le nuage de points est allongé donc on peut faire un ajustement affine de cette série

2)a)$G_1(8.25,3.76)$ $G_2(19.33,4.25)$

b)(G_1G_2) :y = 0.04x+3.48

3)a)x=30 ,y=0.04.30+3.48=4.68

b)y=4.6 eq 0.04x+3.48=4.6

eq x=29.25jours

Exercice3 :

1)La matrice associée à G n'est symétrique par rapport à sa diagonale donc G n'est pas orienté

2)$d^+(A_1)$= la somme des termes de la première ligne de M = 2

$d^-(A_1)$ = la somme des termes de la première colonnes de M =1

3)

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
d^+	2	1	2	2	2	1
d^-	1	2	2	2	2	1

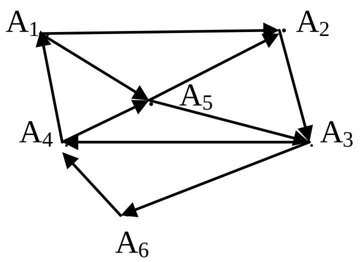
pour tous les sommets de G ,sauf pour A_1 et A_2, on a d+ = d^- , $d^+(A_1) = d^-(A_1) + 1$ et $d^-(A_2) = d^-(A_2) + 1$
donc il existe une chaine orientée eulérienne partant de A1

4)a)le nombre de trajets en 3 étapes reliant A_3 à A_2 est le terme a_{32} de M^3 ,il y a donc 2 trajets

b)le nombre de trajets en 4 étapes reliant A_6 à A_3 est le terme a_{63} de M^4 ,il y a donc 3 trajets

5)la distance entre A_1 et A_6 est le plus petit n tel que le terme a_{16} de M^n soit non nul donc n =3

6)



Exercice 4 :

1)a)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{3}{x} - e^{1-x} = -\infty.$$

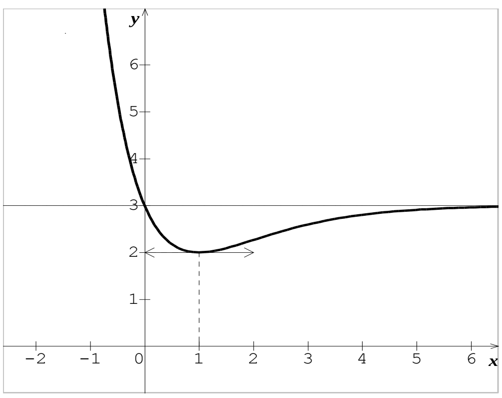
C admet une branche parabolique au voisinage de - ∞ de direction l'axe des ordonnées

b) $f(x) = 3 - x\, e\, e^{-x} = 3 - e\,\frac{x}{e^x} = 3 - \frac{e}{\frac{e^x}{x}}$ $d'ou$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 3 - \frac{e}{\frac{e^x}{x}} = 3$

La droite D:y = 3 est une asymptote à C au voisinage de +∞

2)a)b)

x	-∞		1		+∞
f '(x)		-	0	+	
f (x)	+∞	↘	2	↗	3



3)$A=\int_0^3 (3 - f(x))dx = \int_0^3 xe^{1-x}dx = [-xe^{1-x}]_0^3 - \int_0^3 -e^{1-x}\,dx$

$= [-xe^{1-x}]_0^3 - [e^{1-x}]_0^3 = e - 4e^{-2}$

4)a)pour x = 3 , f (3) =2.594 milliers de dinars soit 2594D

b)le coût est minimal est pour x = 1 soit 100 objets

c) $\bar{f} = \frac{1}{3}\int_0^3 f(x)dx = \frac{1}{3}(\int_0^3 3dx - \int_0^3 xe^{1-x}dx) = \frac{1}{3}(9 - e + 4e^{-2})$