

Exercice N°1(4 points)

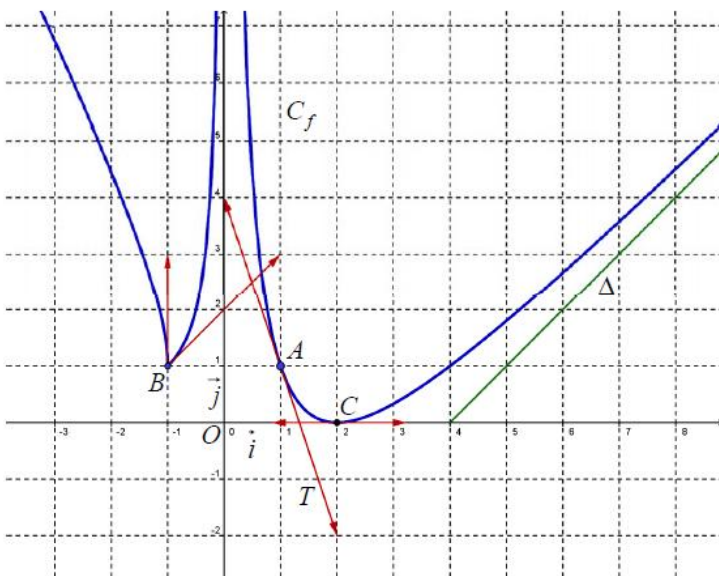
Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur \mathbb{R}^*

Les droites $y=x-4$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$

La droite $x=0$ est une asymptote à C_f

La droite T est une tangente à C_f au point A

La courbe C_f admet deux demi tangente au point B et une tangente horizontale au point C



1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $f'(2)$, $f'(1)$ et $f'(-1)$

2) Donner une approximation affine du réel $f(0,998)$

3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - 1}{x + 1}$

4) Soit g la fonction définie par $g(x) = \sqrt{f(x)} + x$

a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = -\frac{1}{2}$

b) Donner alors une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1

Exercice N°2(5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soient les points $A(2,1,2)$, $B(0,1,1)$ et $C(-3,0,0)$

1) Montrer que les points A , B et C déterminent un plan

2) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est $-x+y+2z-3=0$

- 3) On considère la droite (D) de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -\alpha \\ z = 1 + 2\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$$
- Montrer que la droite (D) et le plan (ABC) sont sécants
 - Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection H
- 4) Soit Q le plan d'équation $3x+y+z-8=0$
- Vérifier que le point H appartient à Q
 - Montrer que les deux plans (ABC) et Q sont sécants
 - Déterminer la représentation paramétrique de leur droite d'intersection

Exercice N°3(5 points)

- Ecrire $(3-i)^2$ sous forme algébrique
 - Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2-(7+7i)z-2+26i=0$
- Soit $f(z)=z^3-(6+7i)z^2+(-9+19i)z-2+26i$
 - vérifier que $f(-1)=0$
 - Déterminer les nombres complexes b et c tels que $f(z)=(z+1)(z^2+bz+c)$
 - Résoudre alors l'équation $f(z)=0$
- Soient dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) les points A(-1) ,B(3i) ,C(2+4i) et D(5+3i) .Montrer que $AB=CD$ et que $(CB) \parallel (AD)$

Exercice N°4(6 points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2+x}$

- Determiner le domaine de définition de f
- Montrer que la droite $D : x = -\frac{1}{2}$ est un axe de symetrie de C_f
- Dresser le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$
- Montrer que la droite $\Delta : y = x + \frac{1}{2}$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$
- Tracer la courbe C_f et construire les tangente à C_f au point O et A(-1,0)
- Soit g la restriction de f sur $[0, +\infty[$
 - Montrer que g réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera
 - Calculer $g(1)$ et en déduire $(g^{-1})'(\sqrt{2})$
 - Déterminer l'expression de $g^{-1}(x)$ sur J