L-S-Ibn khaldoun **Prof : Arfaoui khaled** **Date : 09/12/2010**	**Devoir de synthése n° 1** **Mathématiques**	**Classe :4 inf** **Durée : 2h**

Exercice N°1

Le graphique ci contre représente une fonction f définie sur IR dans un repére Orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ a) f est –elle dérivable en -1 ?

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to (-1)^-} \frac{f(x)+2}{x+1}$ et $\lim\limits_{x \to (-1)^+} \frac{f(x)+2}{x+1}$

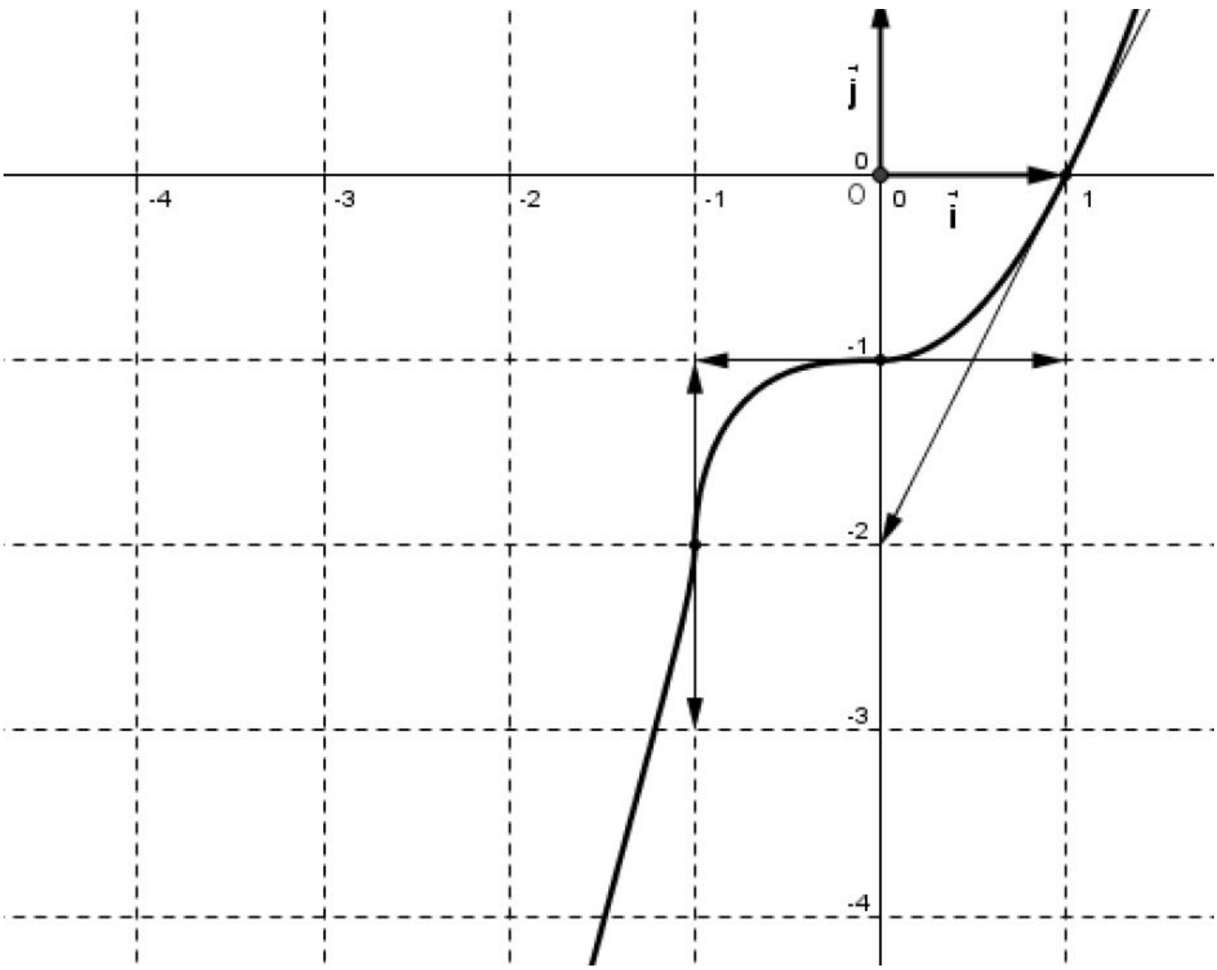
2/ Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle K que l'on précisera

3/a) Montrer que f^{-1} est dérivable en -2

b) f^{-1} est –elle dérivable en 0 ? pour quoi ?

c) Déterminer le domaine de dérivabilité de f^{-1}

d) Calculer $(f^{-1})'(-2)$ et $(f^{-1})'(0)$


-4
-3
-2
-1
0
1
O
0
-1
-2
-3
-4
$\vec{i}$
$\vec{j}$

Exercice n°2

On considère la suite U définie sur IN par $U_0 = \frac{3}{2}$ et $U_{n+1} = \frac{4U_n-2}{U_n+1}$

1/ a-- Calculer U_1 et U_2

b-- En déduire que U n'est ni arithmétiques ni géométriques

2/ a-- Vérifier que $U_{n+1} = 4 - \frac{6}{1+U_n}$

b-- Montrer que pour tout n de IN on a : $1 \prec U_n \prec 2$

3/ a-- Etudier la monotonie de la suite U

b-- En déduire que U est conergente et Calculer sa limite

4/ Soit W la suite réelle définie par : $W_n = \frac{U_n-2}{U_n-1}$

a-- Montrer que W est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$

b-- Exprimer W_n puis U_n en fonction de n

c-- Retrouver alors la limite de la suite U_n

Exercice n°3

1/ Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) , on considére les points A , B , C et I d'affixes respectives $z_A = 2i$, $z_B = -4i$, $z_C = 3-i$ et $z_I=-i$

a—Représenter les points A, B et C

b—Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocele

c—Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ACBD soit un carré

2/ A tout point M du plan distinct de B d'affixe z , On associe le point M' d'affixe

$$U= \frac{z-2i}{iz-4}$$

a) Calculer U sachant que z = 2-3i

b) Calculer z sachant que u = 2-3i

3/ a—Vérifier que pour tout $z \neq -4i$; $u = - i \frac{z - 2i}{z + 4i}$

b—Déterminer l'ensemble des points M tel que $|u|=1$

4/ a—Montrer que $|u + i|\times|z+4i| = 6$

b—En déduire que si M appartient a un cercle C de centre B et de rayon 2 alors M'

appartient a un cercle C dont on déterminera le centre et le rayon

Exercice n°4

1/ une solution de l'équation $z^2 - \bar{z} + 1 - 3i = 0$ est :

a) i b) 1+i c) 1+2i

2/ la primitive sur IR de la fonction $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ qui prend la valeur 1 en 0 est :

a) $\sqrt{x^2+1}$ b) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ c) $\sqrt{x^2+1}-1$

3/ la limite de la suite $U_n = \frac{2^n-1}{3-5^n}$ est :