LYCEE **ABOULOUBABA GABES**	DEVOIR DE CONTROLE	**Mr : S-SOLA**
Le 12 - 11 - 2010	N° :1	**$4T_1$**
EPREUVE : MATHEMATIQUES	DUREE : **2h**	COEFFICIENT : 3

<u>EXERCICE N°1 :</u>(5 pts)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. L'élève indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $z^2 = -5$

a) n'a pas de solution **b)** a deux solutions **c)** a une seule solution

2) Une solution de l'équation $z^2 + \bar{z} = 1+i$ est :

a) i **b) 1 + i** **c) 2 – i**

3) Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ. Un argument de $(-1+i\sqrt{3})z$ est :

a) $-\frac{\pi}{3}+\theta$ **b)** $\frac{2\pi}{3}+\theta$ **c)** $\frac{\pi}{3}+\theta$

4) Soit le nombre complexe $z = \frac{1-i\sqrt{3}}{i}$

a) $\arg(z) = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ **b)** $\arg(z) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ **c)** $\arg(z) = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi$

5) Soit le nombre complexe $z = -2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

a) $\arg(z) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ **b)** $\arg(z) = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ **c)** $\arg(z) = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

6) L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\frac{z-i}{z-1}$ est un réel est :

a) la droite (AB) privée de A **b)** le segment $[AB]$ privé de A **c)** le cercle de diamètre $[AB]$ privé de A

7) Soit z un nombre complexe de module 2 Alors le conjugué de z est :

a) $\frac{2}{z}$ **b)** $\frac{\sqrt{2}}{z}$ **c)** $\frac{4}{z}$

8) Soit f une fonction continue en 2 et $f(2) = 1$ on a $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{(x-2)^2} =$

a) 0 **b) 1** **c) +∞**

9) *Si f et g deux fonctions tels que $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sqrt{x+2}$ Alors g of (0) est :*

a) $1+\sqrt{2}$ **b)** $\sqrt{2}$ **c)** $\sqrt{3}$

10) *Si $\lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -1$ alors $\lim_{x\to 2} gof(x)$ est*

a) *+∞* **b)** *2* **c) -1**

Exercice n°2: (6points) Soit f une fonction continue sur son domaine de définition.

Son tableau de variations est le suivant :

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f(x)$	-3	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5

1) Préciser le domaine de définition de f

2) Préciser les asymptotes à **C**$_f$.

3) Déterminer en justifiant les réponses les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right) \quad , \quad \lim_{x\to 0^-} f\left(\frac{1}{x}\right) \quad , \quad \lim_{x\to -\infty} f(1+x^2)$$

4) Donner dans chaque cas le nombre de solutions de l'équation :

f(x) = -3 , f(x) = 1 , f(x) = 3

5) a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une seule solution α .

b) Etudier le signe de f(x) pour x ∈ D$_f$.

EXERCICE N°3:(3 pts) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$.

On considère les nombres complexes $Z_1 = 1+i$, $Z_2 = \sqrt{3} - i$ et $Z = Z_1 Z_2$.

1) Déterminer la forme exponentielle de chacun des nombres complexe Z_1, Z_2 et Z.
2) Déterminer l'écriture algébrique de Z.
3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

EXERCICE N°4 : (6 pts)

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation (E): $z^2 - 2i\sqrt{3}z - 4 = 0$.
2) On considère l'équation (E') : $z^3 + 2i(1-\sqrt{3})z^2 - 4(1-\sqrt{3})z - 8i = 0$
   - **a)** Vérifier que - 2i est une solution de (E')
   - **b)** Déterminer les nombres complexes b et c tels que
     $z^3 + 2i(1-\sqrt{3})z^2 - 4(1-\sqrt{3})z - 8i = (z+2i)(z^2 + bz + c)$
   - **c)** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation (E')
3) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(\mathbf{O}, \vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{v}})$
   Soit les points A,B et C d'affixe respective $a = 1 + i\sqrt{3}$; b= $-1 + i\sqrt{3}$ et c = -2i
   - **a)** Déterminer le module et l'argument de **a** et **b**
   - **b)** placer les points A, B et C dans le plan complexe
   - **c)** Montrer que le triangle ABC est isocèle

BON TRAVAIL