

## Exercice N1

Soit  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par: 
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{2} \end{cases}$$

- 1) calculer  $U_1$  et  $U_2$
- 2) montrer que  $U_n$  n'est pas ni arithmétique ni géométrique
- 3) soit la suite  $V$  définie par  $V_n = U_n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ 
  - a) montrer que  $V$  est une suite géométrique que l'on précisera son premier terme et sa raison.
  - b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
  - c) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$
  - d) Calculer  $S = U_3 + U_4 + \dots + U_{20}$

## Exercice N2

Soit la suite géométrique  $U$  définie sur  $\mathbb{N}$ . Tels que  $U_0 = 1$  et  $U_3 = 27$

- 1) a) déterminer la raison de cette suite  
b) exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$   
c) calculer la somme  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$ ,  $n \geq 1$ .
- 2) on considère la suite  $V$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = 3^n + 2$ 
  - a) calculer  $V_0, V_1$  et  $V_2$
  - b) la suite  $V$  est-elle arithmétique ? Géométrique ?
- 3) soit la somme  $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ ,  $n \geq 1$ .
  - a) Montrer que  $T_n = S_n + 2n$
  - b) en déduire l'expression de  $T_n$  en fonction de  $n$ .

## Exercice N3

Soit  $U$  et  $V$  deux suites vérifiant  $U_0 = 1, V_0 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}$  on a :

$$U_{n+1} = 3U_n + V_n \text{ et } V_{n+1} = -2U_n$$

- 1) calculer  $U_1, U_2, V_1$  et  $V_2$ .
- 2) On pose  $W_n = U_n + V_n$ . montrer que  $W$  est une suite constante.
- 3) On pose  $T_n = U_n + \frac{1}{2} V_n$ . montrer que  $T$  est une suite géométrique dont on déterminera son premier terme et sa raison
- 4) Calculer alors  $U_n$  et  $V_n$  en fonction de  $n$ . (on pourra exprimer  $T_n$  en fonction de  $U_n$  puis  $T_n$  en fonction de  $n$ )