

## DEVOIR DE SYNTHESE N ° 2

**Exercice 1 : ( 4 points )**

La courbe  $C$  à côté est celle d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$

La droite  $D: y = x + 1$  est une asymptote à  $C$

La droite  $T$  est la tangente à  $C$  au point d'abscisse  $-1$

Cocher la bonne réponse :

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- a)  $-\infty$                       b) 0                                      c)  $+\infty$

2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

- a)  $-\infty$                       b) 0                                      c)  $+\infty$

3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 1) =$

- a)  $-\infty$                       b) 0                                      c)  $+\infty$

4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} =$

- a)  $-\infty$                       b) 0                                      c)  $+\infty$

5)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

- a)  $-\infty$                       b) 0                                      c)  $+\infty$

6)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

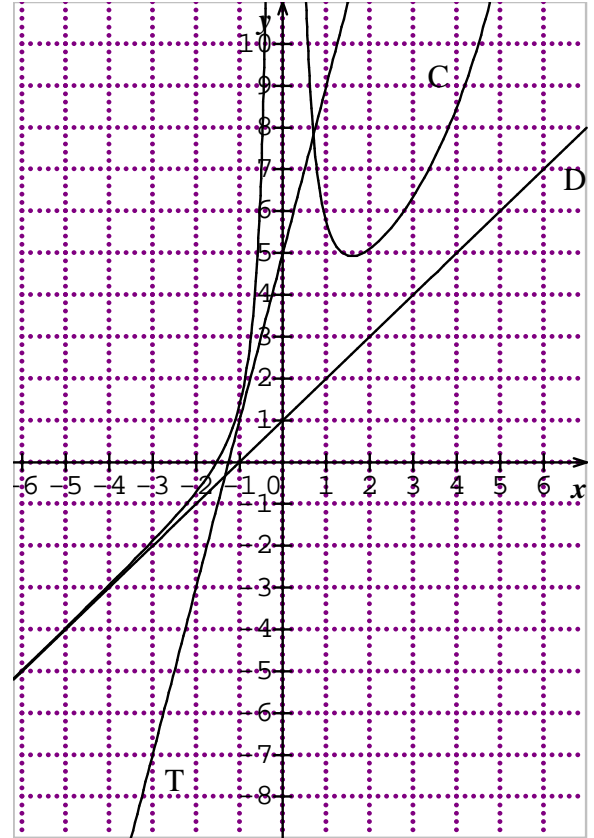
- a)  $-\infty$                       b) 0                                      c)  $+\infty$

7)  $f(-1) =$

- a) -1                              b) 0                                      c) 1

8)  $f'(-1) =$

- a) -4                              b) 0                                      c) 4

**Exercice 2 : ( 3 points)**

Soit la suite réelle  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $U_0 = 3$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + \frac{1}{2}$

1) Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n \geq 2$

2) Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n + 2$

**Exercice 3 : ( 5 points)**

1) Une urne contient 10 boules : 5 rouges, 3 noires et 2 blanches

On tire simultanément 2 boules de l'urne

- a) Déterminer le nombre de tirages possibles  
 b) Déterminer le nombre de tirages comprenant 2 boules de même couleur  
 c) Déterminer le nombre de tirages comprenant au moins une boule blanche

2) On place les 10 boules dans 2 urnes A et B.

• A contient les 2 boules blanches et 2 boules noires

B contient les 5 boules rouges et 1 boule noire

On tire une boule de chaque urne

- a) Déterminer le nombre de tirages  
 b) Déterminer le nombre de tirages comprenant 1 boule blanche et 1 boule rouge

### Exercice 4 : ( 8 points)

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{-2x^3 + 2x + 3}{x^2 - 1}$

On note  $C$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé

- 1) Déterminer  $D_f$  le domaine de définition de  $f$
- 2) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  et interpréter graphiquement les résultats obtenus
- 3) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 4) a) Montrer que  $f(x) = -2x + \frac{3}{x^2 - 1}$  pour tout  $x \in D_f$   
 b) Montrer que la droite  $D : y = -2x$  est une asymptote à  $C$  au voisinage de  $+\infty$  et  $-\infty$
- 5) a) Montrer que  $f$  est dérivable en  $0$  et préciser  $f'(0)$   
 a) Ecrire une équation de la tangente  $T$  à  $C$  au point d'abscisse  $0$
- 6) Reconnaître la courbe de  $f$  parmi les courbe suivantes , **Justifier** :

