| Lycée Tahar Sfar Mahdia | **Devoir de Synthèse n° 3**<br>Mathématiques | Niveau : 2ème Info |
|---|---|---|
| Date : 01 / 06 / 2010 | Prof : MEDDEB Tarak | Durée : 2 heure |

*NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.*

## Exercice n°1 : (5 pts)

Soit $f$ la fonction définie sur $IR$ par : $f(x) = x^2 - 4x$.

On désigne par $\mathscr{P}$ la parabole représentation graphique de $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) $a/$ Déterminer l'axe et le sommet de $\mathscr{P}$.
   $b/$ Tracer $\mathscr{P}$.
   $c/$ Résoudre graphiquement : $-3 \leq f(x) \leq 0$.
2) Soit $g$ la fonction définie sur IR par : $g(x) = x(|x| - 4)$.
   $a/$ Montrer que $g$ est une fonction impaire.
   $b/$ Tracer $C_g$ la courbe représentative de $g$ à partir de $\mathscr{P}$.
   $c/$ En déduire le tableau de variations de $g$.

## Exercice n°2 : (5 pts)

Soit $f$ la fonction définie sur $IR\backslash\{1\}$ par : $f(x) = \frac{2}{x-1} + 3$.

1) Tracer $C_f$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
   ( On précisera les asymptotes et le centre de $C_f$ ).
2) Soit $\Delta$ la droite d'équation : $y = -2x$.
   $a/$ Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $C_f$ et $\Delta$.
   $b/$ Résoudre graphiquement l'inéquation : $\frac{2}{x-1} + 2x + 3 \geq 0$.

## Exercice n°3 : (5 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

On considère les points $A(-1,3)$, $B(7,9)$ et la droite $\Delta: 4x + 3y - 5 = 0$.

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2) Montrer que $A$ est le projeté orthogonal de $B$ sur $\Delta$.
3) Soit $\mathscr{C}$ l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que : $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 20 = 0$.
   $a/$ Montrer que $\mathscr{C}$ est le cercle de centre $I(3,6)$ et de rayon $R = 5$.

$b/$ Vérifier que $[AB]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.

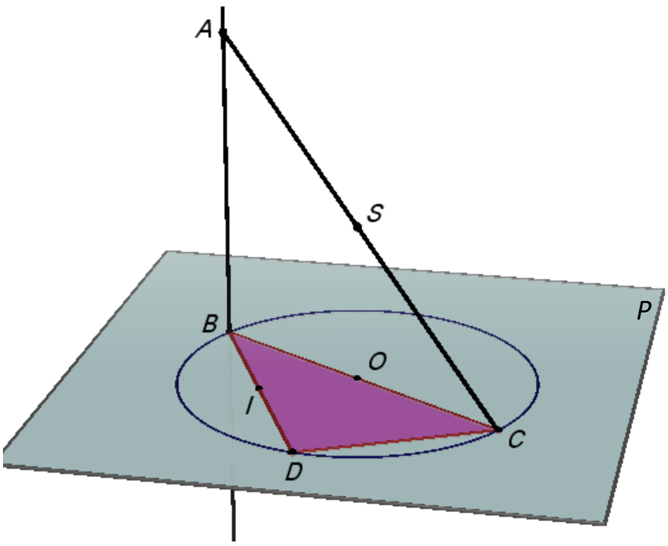
$c/$ Montrer que $\Delta$ est tangente à $\mathscr{C}$ en $A$.

4) Soit le point $E(2\,,-1)$.
   $a/$ Montrer que le triangle $ABE$ est rectangle.

   $b/$ La droite $(BE)$ recoupe $\mathscr{C}$ en $D$. Déterminer les coordonnées de $D$.

   $c/$ Déterminer le centre et le rayon du cercle $\mathscr{C}'$ passant par $D$ et tangente à $(AB)$ en $A$.

## Exercice n°4 : **(5 pts)**




Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre $O$ et de rayon $R$ situé dans un plan $P$, $[BC]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$. Soit $\Delta$ la perpendiculaire à $P$ en $B$, $A$ est un point de $\Delta$ distinct de $B$, et $D$ est un point de $\mathscr{C}$ distinct de $B$ et $C$.

1) $a/$ Montrer que $(CD)$ est perpendiculaire au plan $(ABD)$.

   $b/$ En déduire que les plans $(ACD)$ et $(ABD)$ sont perpendiculaires.

2) Soit $S$ le milieu de $[AC]$. Montrer que $(OS)$ est l'axe de $\mathscr{C}$.

3) Soit $I$ le milieu de $[BD]$.

   $a/$ Montrer que $(IOS)$ est le plan médiateur de $[BD]$.

   $b/$ Montrer alors que $(IS)$ et $(BD)$ sont orthogonales.

4) On suppose que : $AB = 2R$ et $BD = R$.

   Calculer en fonction de $R$ les distances $DC,\ OS,\ IS$ et $SD$.

*Bonne chance*