Puissances :

Pour tous réels non nuls a et b et tous entiers relatifs m et n on a :

$$\left(a \times b\right)^n = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ ;\ (a^n)^m = \ldots\ldots\ldots\ ;\ a^n \times a^m = \ldots\ldots\ldots\ldots\ ;\ \frac{a^n}{a^m} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exercice :

1. Simplifier l'expression suivante : $E = \left[\dfrac{\left(2\times 5\right)^2}{2^2 \times 5}\right]^4 \times \dfrac{\left(2^2 \times 5^5\right)^{-3}}{\left(2^2 \times 5^{-3}\right)^2}$.

2. Soient a et b deux réels non nuls. Simplifier l'expression A = $\dfrac{\left(a^3 \times b^5\right)^{-2} \times a^5}{a^3 \times b^5}$.

Identités remarquables :

Pour tous réels a et b on a :

$$(a+b)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ ;\ (a-b)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ ;\ (a-b)(a+b) =$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ ;\ (a+b)^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ ;$$
$$(a-b)^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ ;$$

$$a^3 + b^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{et}$$
$$a^3 - b^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exercice :

1. On considère les deux entiers $A = 17^6 - 1$ et $B = 17^6 + 17^4 - 2$.

   a) Factoriser A puis en déduire une factorisation de B.

   b) Montrer alors que A et B sont divisibles par 144.

2. Soit a un réel.

a) Développer $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$.

b) En déduire que a^3-1 et $a-1$ sont de même signe.

c) Les réels a^2-1 et $a-1$ sont – ils de même signe ?

Les radicaux :

- Pour tout réel positif a, l'équation $x^2=a$ admet pour solutions les réels : ....
- Pour tous réels positifs a et b on a, $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right) =$ ....

  ($\sqrt{a}-\sqrt{b}$) s'appelle l'expression conjuguée de ($\sqrt{a}+\sqrt{b}$) .

- Pour tous réels positifs a et b et tout entier n on a :

  $\sqrt{a\times b}=$ .... ; $\sqrt{\frac{a}{b}}=$ .... (avec $b\neq 0$) ; $\sqrt{a^n}=$ .... ;

  et en particulier on a : $\sqrt{a^2}=$ ....

Exercice :

1. Soient A = $\sqrt{9-4\sqrt{5}}+\sqrt{9+4\sqrt{5}}$ et B = $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

   Calculer A^2 et B^2. En déduire une écriture plus simple de chacun des réels A et B.

2. Soit $a = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

   a) Vérifier que $a^2+a-1=0$ et que $\dfrac{1}{a}=a+1$.

   b) Montrer alors que $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}}+\dfrac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}}=\sqrt{5}$.

Valeur absolue :

On appelle valeur absolue d'un réel x le réel noté $|x|$ défini par $|x| = \max(x, -x) = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x \leq 0 \end{cases}$.

Exercice :

1. Ecrire sans les valeurs absolues l'expression : $|x - 2| + |2x + 1|$

2. Déterminer x dans chacun des cas suivants :
   $|2x - 3| = 0$; $|3x + 4| = |2x + 6|$; $|x - 2| = 5$; $|1 - x|\ |1 + x| = 9$.

Encadrements d'un nombre réel :

Soit x un nombre réel. Réaliser un encadrement de x, c'est trouver deux nombres réels a et b tels

que $a \leq x \leq b$. Le nombre $b - a$ s'appelle l'amplitude de l'encadrement.

Exemples :

Encadrement	Amplitude
$1 \leq \sqrt{2} \leq 2$	
$1.414 \leq \sqrt{2} \leq 1.415$	
$3.14 \leq \pi \leq 3.15$	

Exercice : Sachant que $|x - 3| < 2 \times 10^{-3}$, donner un encadrement de x.

Comme le suggère cet exercice, on dit que 3 est une valeur approchée de x à 2×10^{-3} près.

On énonce, de façon plus générale la définition suivante :

Lorsque $|x - a| \leq \varepsilon$, on dit que a est une valeur approchée de x à ε près.

Lorsque $a \leq x \leq a + \varepsilon$, on dit que a est une valeur approchée de x à ε près par défaut.

Lorsque $a - \varepsilon \leq x \leq a$, on dit que a est une valeur approchée de x à ε près par excès

Exercice :

On donne : $1{,}732 \leq \sqrt{3} \leq 1{,}733$; $3{,}141592 \leq \pi \leq 3{,}141593$.

1. a) Déterminer une valeur approchée décimale de $\sqrt{3}$, par défaut à 10^{-3} prés .

   b) Déterminer une valeur approchée décimale de $\sqrt{3}$, par excès à 10^{-3} prés .

2. a) Déterminer une valeur approchée décimale de π, par défaut à 10^{-4} prés .

   b) Déterminer une valeur approchée décimale de π, par excès à 10^{-4} prés .

Pourcentage :

Situation		Application linéaire associée à x	Exemple – clé
1	Prendre t % d'une quantité x	$x \mapsto \frac{t}{100}x$	12 % de x c'est 0,12x
2	Augmenter une quantité x de t %	$x \mapsto \left(1+\frac{t}{100}\right)x$	Si x augmente de 12 %, alors x devient 1,12x
3	Diminuer une quantité x de t %	$x \mapsto \left(1-\frac{t}{100}\right)x$	Si x diminue de 12 %, alors x devient 0,88x

Exemple :

Une voiture coûte 15000 dinars hors taxe. Calculer le prix toute taxe comprise de cette voiture sachant que le taux de T.V.A. (taxe sur la valeur ajoutée) est de 19,6 %.

Calculons le montant en dinars de la T.V.A. :

Nous devons donc calculer 19,6 % d'une quantité, comme dans la situation 1 :

……

Le prix T.T.C. de cette voiture est donc ………………………………………………………………………………

Mais on aurait pu trouver directement ce résultat à l'aide de la situation 2 :

On augmente le prix hors taxe de 19,6 %, ce qui donne :

……

Exercice :

Le prix d'un C.D. baisse de 8 % la première année, puis de 6 % la seconde. De quel pourcentage aura baissé le prix de ce disque en deux ans ?

	Piège à éviter	*Exemple*
1	Une baisse de t % n'est pascompensée par unehausse de t %	Un objet à 100 dinars qui baisse de 10 % coûte 90 dinars, puis s'il augmente de 10 %, il coûte 99 dinars.
2	Une variation de t_1 % suivie d'une variation de t_2 % n'est pas égale à une variation de $(t_1+ t_2)$ %	Un objet à 100 dinars qui baisse de 10 % coûte 90 dinars. S'il baisse encore de 10 %, il coûte 81 dinars. Il n'a donc pas baissé de 20 % (il coûterait 80 dinars)