

N.B : La présentation et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice n°01 (3 pts) :

Soit les deux intégrales : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+2 \sin x} dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x)}{1+2 \sin x} dx$

On pose $K = I + J$

1/ Calculer K et I .

2/ En déduire J .

Exercice n°02 (3 pts) :

La courbe (ξ_f) ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $]0, +\infty[$. On note f' la fonction dérivée de f sur $]0, +\infty[$. Les axes (O, \vec{i}) et (O, \vec{j}) sont des asymptotes à (ξ_f) .

La courbe (ξ_f) passe par les points $A(1;1)$ et $B\left(\frac{1}{e}; 0\right)$ et admet une tangente parallèle à (O, \vec{i})

au point $A(1;1)$.

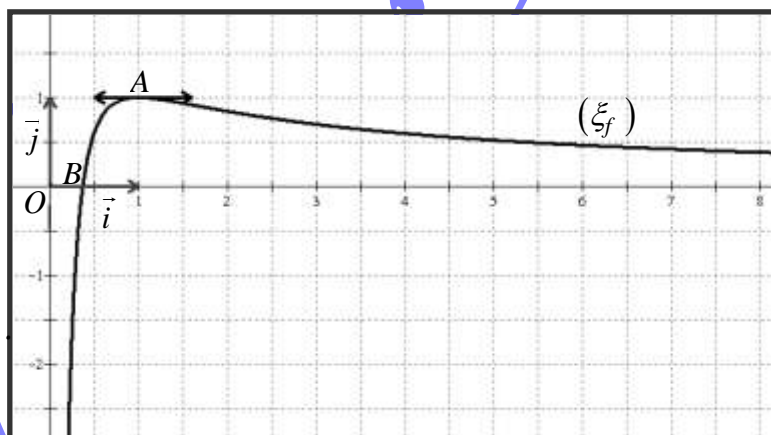
En utilisant les données ci-dessus déterminer sans justification :

a) $f(1)$ et $f'(1)$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

c) Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

d) Les solutions de l'inéquation $f'(x) \geq 0$.



Exercice n°03 (6 pts) :

Soit $g(x) = \frac{e^x + 1}{e^{2x}}$

1/ Déterminer D_g .

2/ Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$; Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3/ Déterminer le domaine de dérivabilité de g et calculer $g'(x)$.

4/ Dresser le tableau de variation de g .

5/ Montrer que g réalise une bijection de D_g sur un intervalle I que l'on précisera. On note h la bijection réciproque de g .

6/ Expliquer $h(x)$ pour $x \in I$.

Exercice n°04 (4 pts):

1/ Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^5 + 1 = 0$; On donnera les solutions sous forme trigonométrique.

2/ Montrer que $\forall z \in \mathbb{C}$ on a : $z^5 + 1 = (z + 1) \left(z^2 - 2z \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + 1 \right) \left(z^2 - 2z \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) + 1 \right)$.

3/ En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$.

Exercice n°05 (4 pts):

L'espace \mathcal{E} est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points

$A(2; -3; -1)$; $B(1; 0; 2)$ et $C(0; 1; 3)$.

1/a) Montrer que les points A ; B et C ne sont pas alignés.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan $P = (ABC)$.

2/ On considère l'ensemble S_θ des points $M(x, y, z)$ vérifiant :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2\theta x - 2y \sin(\theta) + \theta^2 + \sin^2(\theta) - 1 = 0 \quad ; \quad \theta \in [-\pi, \pi[.$$

a) Montrer que S_θ est une sphère dont on précisera, en fonction de θ son centre I_θ et son rayon R_θ .

b) Déterminer l'ensemble des points I_θ lorsque $\theta \in [-\pi, \pi[$.

c) Étudier suivant les valeurs de θ l'intersection de la sphère S_θ et du plan P .

Faleh

Bon Travail ✍

Faleh