## Exercice n°01:

*Le tableau ci-dessous donne la répartition de* $100$ *élèves suivant leurs notes de mathématiques et physiques. Les notes ont été regroupées par classe .*
$X$ *désigne la note en mathématiques et* $Y$ *désigne la note en physiques.*

| Math \ Phy | $[0,4[$ | $[4,8[$ | $[8,12[$ | $[12,14[$ | $[14,18[$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $[0,4[$ | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $[4,8[$ | 2 | 15 | 5 | 0 | 0 |
| $[8,12[$ | 0 | 4 | 40 | 10 | 0 |
| $[12,14[$ | 0 | 0 | 5 | 6 | 5 |
| $[14,18[$ | 0 | 0 | 0 | 4 | 1 |

*1/ Représenter le nuage des points représentant cette série statistique.*
*2/ a) Déterminer la distribution marginale de* $X$ *et calculer* $\overline{X}$ *et* $V(X)$.
*b) Déterminer la distribution marginale de* $Y$ *et calculer* $\overline{Y}$ *et* $V(Y)$.
*3/ Quelle est la moyenne des élèves en mathématiques lorsque leur note en physique appartient à la classe* $[8,12[$ .

## Exercice n°02:

*Pendant une période d'hiver ,des observations ont permis de dresser le tableau suivant ,dans lequel* $x$ *en degrés est la température au cours des* $24$ *heures et* $y$ *la - consommation de pétrole exprimée en litre d'une chaudière au cours de ces mêmes* $24$ *heures.*

| $x$ | 0 | 2 | 5 | 7 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 20 | 18 | 15 | 13 | 12 | 10 |

*1/ Construire le nuage des points représentant cette série.*
*2/ Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de* $y$ *par rapport à* $x$ *:*
*a) Par la méthode de Mayer.*
*b) Par la méthode des moindres carrés.*
*3/ Quelle estimation de consommation peut-on faire pour la durée d'une vague de froid de* $-5^\circ$ *pendant trois jours.*

## Exercice n°03:

Le tableau suivant indique la distribution de $50$ logements en fonction de leur nombre $X$ de pièces principales et leur surface $Y$ en $cm^2$.

| X \ Y | 30 | 50 | 70 | 90 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | | | |
| 2 | 1 | 2 | 2 | | |
| 3 | | 1 | 6 | 6 | |
| 4 | | | 2 | 16 | 5 |
| 5 | | | | 4 | 4 |

1/ Déterminer $n_{34}$ et $n_{43}$.

2/ a) Déterminer les distributions marginales associées à $X$ et à $Y$.

b) Calculer $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $V(X)$, $V(Y)$, $\sigma(X)$ et $\sigma(Y)$.

3/ Construire le nuage des points, représentant la série statistique double donnée.

4/ a) Calculer $Cov(X,Y)$.

b) Déterminer les droites de régressions $D$ et $D'$ respectivement de $Y$ en $X$ et de $X$ en $Y$.

c) Calculer $r$ ( coefficient de corrélation des variables $X$ et $Y$ ) et conclure.

**Propriétés du coefficient de corrélation:**

* $r \in [-1,1]$
* $r$ est invariant par changement d'unité ou d'origine.
* Si $|r| = 1$ alors on peut trouver deux réels $a$ et $b$ tel que $Y = aX + b$.
* Si $r = 0$ alors $X$ et $Y$ ne sont pas liée par une relation du type $Y = aX + b$.
* Si $|r| \geq 0{,}75$ alors la corrélation linéaire entre $X$ et $Y$ est forte et on peut trouver deux réels $a$ et $b$ tel que $Y = aX + b$.
* Si $|r| < 0{,}75$ alors la corrélation linéaire entre $X$ et $Y$ est faible.

## Exercice n°04:

Au cours d'un examen comportant deux compositions, dix candidats ont obtenu les notes $x_i$ et $y_i$.

| Le numéro du candidat | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1ère épreuve note $x_i$ | 8 | 2 | 10 | 14 | 4 | 14 | 12 | 14 | 12 | 10 |
| 2ème épreuve note $y_i$ | 10 | 6 | 14 | 16 | 8 | 10 | 10 | 18 | 14 | 10 |

1/ Représenter le nuage des points représentant cette série statistique.

2/ Déterminer les droites de régression $D_1$ ($y$ en $x$) et $D_2$ ($x$ en $y$) et les construire.

3/ Calculer le coefficient de corrélation $r$ ; conclure.

## Exercice n°05:

*Le tableau suivant donne les indices des prix à la consommation pour les années* 1990 *à* 1997 .

| Année | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Indice $y_i$ | 100 | 103,2 | 105,7 | 107,9 | 109,7 | 111,6 | 113,8 | 115,2 |

*1/a) Représenter le nuage des points représentant cette série statistique* $(x_i , y_i)$ *dans un repère orthogonal (* 2 cm *représente une année en abscisse et* 1 cm *représente un point d'indice en ordonnée ; on placera l'intersection des axes au point d'abscisse* $(0,100)$ *).*

*b) Placer le point moyen* $G(\overline{X}, \overline{Y})$.

*2/a) Donner une équation de la droite d'ajustement affine* $(D)$ *par la méthode des moindres carrées ( les coefficients seront arrondis à* $10^{-1}$ *près).*

*b) Représenter* $(D)$.

*3/ On envisage l'ajustement du nuage par une branche parabolique d'équation:*

$y = a x^2 + b x + c \quad ; \quad (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$

*On pose* $z_i = \sqrt{1198 - 10\, y_i}$ *, une équation de la droite d'ajustement affine de* $z$ *en* $x$ *par la méthode des moindres carrées est alors* $z = -x + 14$.

*a) Vérifier que* $y = -0{,}1 x^2 + 2{,}8 x + 100{,}2$

*b) Dans le repère précédent , et sans étudier la fonction correspondante , tracer la branche de parabole d'équation :* $y = -0{,}1 x^2 + 2{,}8 x + 100{,}2 \; ; \; x \in [0, 7]$.

*c) En choisissant ce dernier ajustement , quelle prévision de l'indice des prix à la consommation pouvait-on faire fin* 1997 *pour* 1998.

*d) On sait aujourd'hui que l'indice des prix à la consommation en* 1998 *était de* 116. *Calculer le pourcentage d'erreur commise en utilisant la prévision trouvée à la question 3/c).*

## Exercice n°06:

*Une maison d'édition a ouvert le* 1<sup></sup>er *janvier* 2002 *, sur internet, un site de vente par correspondance . Le tableau suivant donne l'évolution du nombre des livres vendus par mois en milliers.*

| Mois | Janvier 2002 | Janvier 2003 | Juillet 2003 | Janvier 2004 | Avril 2004 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rang du mois $x_i$ | 1 | 13 | 19 | 25 | 28 |
| Nombres de livres de livres en milliers $y_i$ | 1,2 | 2,5 | 3,5 | 5,1 | 6 |

1/ Représenter le nuage de point $(x_i , y_i)$ dans un repère orthogonal ( unités graphiques : $1\,cm$ représente deux mois en abscisse et $1\,cm$ représente $500$ livres en ordonnée).

2/ L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel plutôt qu'un ajustement affine; pour cela , on pose $z_i = \ln(y_i)$.

Compléter le tableau suivant où $z_i$ est arrondi à $10^{-3}$.

| Rang du mois $x_i$ | 1 | 13 | 19 | 25 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|
| $z_i = \ln(y_i)$ | | | 1,253 | | |

3/ Ecrire une équation de la droite d'ajustement affine $(D)$ de $z$ en $x$ par la méthode des moindres carrées ( les coefficients seront arrondis à $10^{-2}$ )

4/ Déduire de la question précédente une relation entre $y$ et $x$ de la forme $y = \alpha\, e^{kx}$ les coefficients $\alpha$ et $k$ seront arrondis à $10^{-2}$.

5/ En supposant que cette évolution se poursuive de cette façon:

a) Donner une estimation à l'unité près du nombre de livres qui seront vendus en Janvier $2005$.

b) A partir de quel mois peut-on prévoir que le nombre de livres vendus dépasse $13000$ ?

6/ On admet que le nombre moyen $m$ de livres vendus chaque mois entre janvier $2002$ et avril $2004$ est donné par la formule : $\frac{1}{28}\int_0^{28} 1{,}14\, e^{0{,}06\,x}\, dx$.

Calculer $m$ .On donnera la valeur exacte de $m$ , puis une valeur approchée à l'unité près.