Séries d'exercices ***$2^{ème}$ info***
TRIGONOMETRIQUES

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**
Site Web : ***http://maths-akir.midiblogs.com/***

EXERCICE N°1

Soit $x\in[0,\pi]$.

1°)On donne tanx= $\frac{3}{2}$. Calculer cosx et sinx

2°)On donne sinx = $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculer cosx et tanx

3°) On donne tanx= $-\frac{3}{2}$. Calculer cosx et sinx

EXERCICE N°2

Soit $x\in[0,\pi]$. Démontrer que

1°) $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - 2\sin^2x = 2\cos^2x - 1$

2°) $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\sin^2x\cos^2x$

3°) $\cos^4 x + \sin^4 x = \frac{\cos^2 x}{1+\tan^2 x} + \frac{\sin^2 x}{1+\cot an^2 x}$

4°) $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos x - \sin x + \cos^2x.\sin x - \sin^2x.\cos x$

EXERCICE N°3

On donne : $\cos x + \sin x = \frac{6}{5}$.

Calculer : $A=\cos x.\sin x$; $B=\cos^3 x + \sin^3 x$ *et* $C=\cos^4 x + \sin^4 x$

EXERCICE N°4

Calculer sans utiliser ni la table trigonométrique ni une calculatrice.

$A=\cos\frac{\pi}{14} + \cos\frac{\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{14} - \sin\frac{2\pi}{7} - \sin\frac{5\pi}{14} - \sin\frac{3\pi}{7}$

$B=\tan\frac{\pi}{9} + \tan\frac{2\pi}{9} + \tan\frac{\pi}{3} + \tan\frac{4\pi}{9} + \tan\frac{5\pi}{9} + \tan\frac{2\pi}{3} + \tan\frac{7\pi}{9} + \tan\frac{8\pi}{9}$

$C=\cos^2\frac{\pi}{5} + \cos^2\frac{2\pi}{5} + \sin^2\frac{3\pi}{5} + \sin^2\frac{4\pi}{5}$

$D=\tan\frac{\pi}{12}.\tan\frac{5\pi}{12} + \cot an\frac{\pi}{5}.\tan\frac{4\pi}{5}$

EXERCICE N°5

ABC est un triangle avec AC=3 , AB =8 et $B\widehat{A}C = \frac{\pi}{3}$. *Calculer BC.*

EXERCICE N°6

ABC est un triangle avec : BC=2 , AC=3 et AB=4. Calculer la valeurs exacte de l'aire S de ABC.

EXERCICE N°7 : La formule de Héron

Soit ABC un triangle de demi-périmètre p (2p= a + b + c)

Montrer que l'aire S de ABC est donnée par : $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

EXERCICE N°8

Soit ABC un triangle. On note a = BC , b=AC et c = AB.

1°)Soit f la fonction définie sur R+ par $f(x) = \sqrt{x}$ *. Montrer que f est croissante sur R+.*

2°)Montrer que : $-2bc \le a^2 - b^2 - c^2 \le 2bc$

3°)En déduire que : $(b-c)^2 \le a^2 \le (b+c)^2$.

4°)En déduire alors : $|b-c| \le a \le b+c$.

EXERCICE N°9

ABC est un triangle. On note a = BC , b=AC et c = AB.

On note h_a , h_b et h_c les hauteurs issues respectives de A , B et C.

On donne $h_a = 3$, $h_b = 4$ et $h_c = 5$. Calculer a , b et c.

EXERCICE N°10

ABCD est un rectangle tel que AB = 15 cm et BC = 9cm. M est le point de [AD] tel que AM = 4 cm.

La droite (DE) est perpendiculaire à (MC) et la coupe en H.

1. a. Montrer que ADE = DCH.

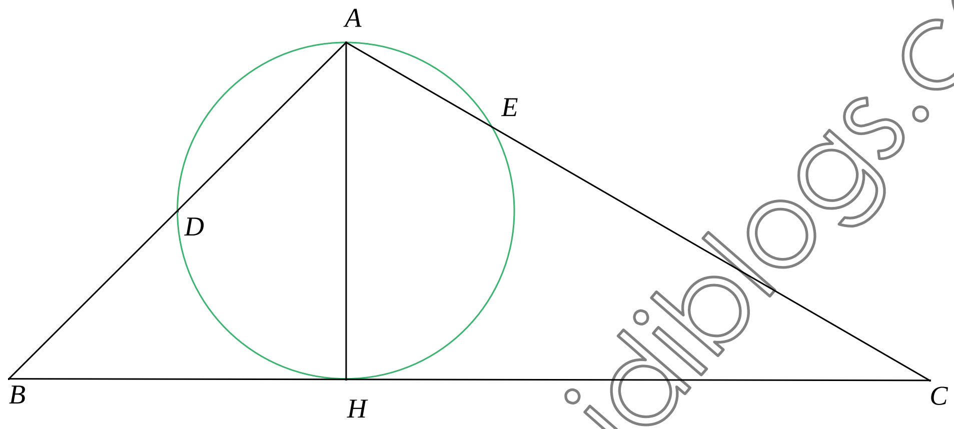
b. En déduire que les triangles DMC et AED sont semblables.
c. Montrer alors que AE = 3 cm.
2. a. Calculer ME.
b. Démontrer que la droite (MC) est la médiatrice du segment [DE].

EXERCICE N°11

(γ) est un cercle de centre O de rayon r, ABC est un triangle inscrit dans (γ) tel que l'angle $\widehat{BAC}$ est aigu. H est le projeté orthogonal de A sur [BC]. La droite (AO) recoupe C en D (inutile de refaire la figure).
1. Démontrer que les triangles ABD et AHC sont semblables.
2. On pose AB = c, AC = b et AH = h. Déduire de la question précédente que bc = 2rh

EXERCICE N°12

Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle, H le projeté orthogonal de A sur (BC), $\widehat{BAH} = 45°$, $\widehat{HAC} = 30°$ et AH = 6 cm.
Le cercle (C) de diamètre [AH] et de centre O coupe (AB) en D et (AC) en E.



1. a. Calculer AB et AC.
b. Montrer que AHE est un triangle rectangle.
c. Montrer que AE = $3\sqrt{3}$ cm.
2. a. Démontrer que $\widehat{AHE} = \widehat{ADE} = 60°$ et $\widehat{ACB} = 60°$.
b. En déduire que les triangles BAC et EAD sont semblables.
c. Après avoir rempli le tableau de proportionnalité des longueurs, déduisez-en que le rapport de similitude qui fait passer du triangle BAC au triangle EAD est $\frac{\sqrt{6}}{4}$. S'agit-il d'une réduction ou d'un agrandissement ? Expliquer.
3. a. Calculer BC (on pourra couper par H).
b. Déduisez-en que DE = $\frac{3}{2}\times\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$ cm.
4. On note F le point diamétralement opposé à D sur C.
a. Démontrer que $\widehat{DFE} = 75°$.
b. Déduisez-en que $\sin 75° = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1)\right)$