

**EXERCICE N°1**

Déterminer l'entier qui figure dans la 2009<sup>ème</sup> position de la suite infinie suivante :

- 1°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
2°) 4, 3, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
3°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
4°) 4, 3, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
5°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
6°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
7°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
8°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
9°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
10°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
11°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
12°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
13°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
14°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
15°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
16°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
17°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
18°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
19°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
20°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
21°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
22°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
23°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
24°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
25°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
26°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
27°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
28°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
29°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
30°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
31°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
32°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
33°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
34°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
35°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
36°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
37°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
38°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
39°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
40°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
41°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
42°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
43°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
44°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
45°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
46°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
47°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
48°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
49°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
50°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
51°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
52°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
53°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
54°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
55°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
56°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
57°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
58°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
59°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
60°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
61°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
62°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
63°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
64°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
65°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
66°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
67°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
68°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
69°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
70°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
71°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
72°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
73°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
74°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
75°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
76°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
77°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
78°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
79°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
80°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
81°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
82°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
83°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
84°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
85°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
86°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
87°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
88°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
89°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
90°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
91°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
92°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
93°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
94°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
95°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
96°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
97°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
98°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
99°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....  
100°) 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, .....

**EXERCICE N°2**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite arithmétique de raison  $r$  et de premier terme  $U_0$ .

- 1°) Calculer  $u_{10}$  sachant que :  $u_0 = 2$  et  $r = 2$ .  
2°) Calculer  $u_0$  sachant que :  $u_5 = 10$  et  $r = 2$ .  
3°) Calculer  $r$  sachant que :  $u_2 = 1$  et  $u_4 = 8$ .  
4°) Calculer  $u_0$  et  $r$  sachant que :  $u_7 = 45$  et  $u_{10} + u_{11} = 132$

**EXERCICE N°3**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3} \cdot u_n + \sqrt{3}^{n+1} \end{cases}$

- 1°) Calculer  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .  
2°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $v_n = \frac{u_n}{\sqrt{3}^n}$ .

Montrer que  $(v_n)$  est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

- 3°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**EXERCICE N°4**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n - 3} \end{cases}$

(On suppose que, pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n \neq 3$  et  $u_n \neq 2$ )

- 1°) Calculer  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .  $u$  est-elle une suite arithmétique ?  
2°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $v_n = \frac{1 - u_n}{u_n - 2}$ .

Montrer que  $(v_n)$  est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

- 3°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**EXERCICE N°5**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 1 + 2n + u_n \end{cases}$

- 1°) Calculer  $u_1, u_2$  et  $u_3$ .  $u$  est-elle une suite arithmétique ?  
2°) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**EXERCICE N°6**

Soit  $(u_n)$  la suite réelle définie sur  $\mathbb{N}^*$  par :  $u : \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}$

(On suppose que, pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n \geq 0$ )

- 1°) Calculer  $u_2, u_3$  et  $u_4$ .  $u$  est-elle une suite arithmétique ?  
2°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  non nul :  $v_n = u_n^2$

Montrer que  $(v_n)$  est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

- 3°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**EXERCICE N°7**

1°) Calculer les sommes suivantes :

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2007$   
 $T = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2006$

2°) En déduire la valeur de la somme :

$F = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots - 2006 + 2007$



### EXERCICE N°8

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + n + \frac{5}{2} \end{cases}$

Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison .

### EXERCICE N°9

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique de  $q$  et de premier terme  $u_0$ .

1°) Calculer  $u_{10}$  sachant que :  $u_0 = 1$  et  $q = -2$  .

2°) Calculer  $u_0$  sachant que :  $u_5 = 2$  et  $q = 8$  .

3°) Calculer  $q$  sachant que :  $u_2 = 7$  et  $u_4 = 2$  .

### EXERCICE N°10

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = 5.u_n + 8 \end{cases}$

1°) Calculer  $u_1$  ,  $u_2$  et  $u_3$  .  $u$  est-elle une suite géométrique ?

2°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $v_n = u_n + 2$

Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

3°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$  .

### EXERCICE N°11

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 4.u_n + 9 \end{cases}$

1°) Calculer  $u_1$  ,  $u_2$  et  $u_3$  .  $u$  est-elle une suite géométrique ?

2°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $v_n = u_n - a$  , où  $a$  est un réel . Déterminer le réel  $a$  pour que  $(v_n)$  soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

3°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$  .

4°) Calculer en fonction de  $n$  :

$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  et  $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

### EXERCICE N°12

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_1 = 3/4 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n} \end{cases}$

(On suppose que , pour tout entier naturel  $n$  , non nul :  $u_n \neq 0$  et  $u_n \neq 1$ )

1°) Calculer  $u_2$  ,  $u_3$  et  $u_4$  .  $u$  est-elle une suite géométrique ?

2°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  non nul :  $v_n = \frac{1 - 2.u_n}{u_n - 1}$  .

Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

3°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$  .

4°) Calculer en fonction de  $n$  :  $S_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$

### EXERCICE N°13

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 1 \\ 3.u_{n+1} = 2.u_n + 7.3^n \end{cases}$

Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

### EXERCICE N°14

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3.u_n + n \end{cases}$

1°) Calculer  $u_1$  ,  $u_2$  et  $u_3$  .  $u$  est-elle une suite géométrique , arithmétique ?

2°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $v_n = u_n - a.n + b$  , où  $a$  ,  $b$  deux réels .

Déterminer les réels  $a$  et  $b$  pour que  $(v_n)$  soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .

3°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$  .

4°) Calculer en fonction de  $n \in \mathbb{N}^*$  :  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  et  $T_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .



### EXERCICE N°15

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 4 & u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \frac{u_n + u_{n+1}}{2} \end{cases}$

1°) Calculer  $u_2$ ,  $u_3$  et  $u_4$ .  $u$  est-elle une suite géométrique, arithmétique ?

2°) Montrer que pour tout entier  $n$  : on a :  $u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} + 3$

3°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $v_n = u_n - a$ , où  $a$  est un réel.

Déterminer le réel  $a$  pour que  $(v_n)$  soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

3°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .

### EXERCICE N°16

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = u_1 = 0 \\ u_{n+2} = u_n + 1 \end{cases}$

1°)  $u$  est-elle une suite arithmétique ?

2°)  $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle une suite arithmétique ?

$(u_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle une suite arithmétique ?

3°) Calculer la somme :  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$ .

4°) Montrer que pour tout entier  $n$  : on a :  $u_{n+1} = -u_n + n$

5°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $v_n = u_n - a.n + b$ , où  $a$ ,  $b$  deux réels.

Déterminer les réels  $a$  et  $b$  pour que  $(v_n)$  soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

6°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .

### EXERCICE N°17

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite réelle définie par :  $u : \begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 5}{u_n - 1} \end{cases}$

(On suppose que, pour tout entier naturel  $n$ , non nul :  $u_n \neq 1$ )

1°) Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .  $u$  est-elle une suite géométrique, arithmétique ?

2°) Montrer que pour tout entier  $n$  : on a :  $u_{n+2} = u_n$

3°) Montrer que, pour tout entier naturel  $n$  :  $u_{n+1} + u_n = 9$

4°) On pose, pour tout entier naturel  $n$  :  $v_n = u_{n+1} - u_n$

Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

5°) Exprimer alors  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .

### EXERCICE N°18

Soit  $n$  un entier naturel. On note par :

$i_n$  : le nombre des entiers naturels impairs compris entre 0 et  $n$ .

$p_n$  : le nombre des entiers naturels pairs compris entre 0 et  $n$ .

1°) Calculer  $i_0$ ,  $p_0$ ,  $i_1$ ,  $p_1$ ,  $i_2$  et  $p_2$

2°) Expliquer pourquoi :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad i_{n+2} = i_n + 1$ .

3°) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad i_{n+1} = i_n + n$ .

4°) Soit  $V$  la suite réelle définie par :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = (-1)^n \cdot i_n$

(a) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_{n+1} - v_n = a_n$  où  $a_n = n(-1)^{n+1}$ .

(b) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_{n+1} + a_n = (-1)^n$ .

(c) Soit, pour tout  $n$  entier naturel :  $s_n = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$ .

Montrer que :  $s_n = \frac{1+(-1)^n}{4} - \frac{1}{2} a_{n+1}$ .

(d) En déduire  $v_n$  puis  $i_n$  en fonction de  $n$ .

5°) En déduire  $p_n$  en fonction de  $n$ .

6°) En déduire le nombre des entiers naturels impairs (respectivement pairs) compris entre  $p$  et  $q$ . où  $p$  et  $q$  deux entiers naturels ( $p \leq q$ ).

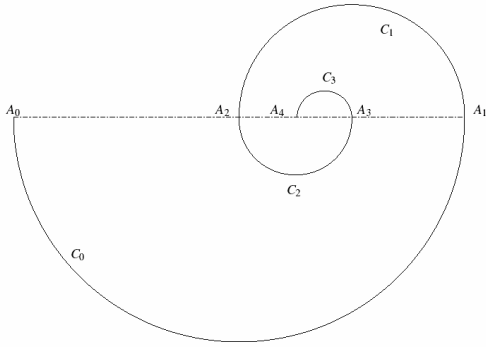
### EXERCICE N°19

Un paysagiste doit créer dans un jardin une spirale plantée de petits arbustes.

Il veut connaître la longueur de cette spirale pour évaluer le nombre d'arbustes à planter.

Voici le schéma qu'il dresse :





Cette spirale est constituée de demi-cercles construits de la manière suivante :

- le diamètre  $[A_0A_1]$  du demi-cercle  $C_0$  a pour milieu  $A_2$  ;
  - le diamètre  $[A_1A_2]$  du demi-cercle  $C_1$  a pour milieu  $A_3$  ;
- Ainsi de suite on construit les demi-cercles  $C_n$  ( $n$  est un entier naturel).  
L'unité de longueur est le mètre. On donne  $A_0A_1 = 100$ .

1. On note  $l_n$  la longueur du demi-cercle  $C_n$ . (l'unité est le mètre).

(a) Calculer  $l_0$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  et  $l_3$ .

(b) Exprimer  $l_{n+1}$  en fonction de  $l_n$ . Indiquer la nature de la suite  $(l_n)$  en précisant sa raison.

(c) Montrer que, pour tout entier  $n$ ,  $l_n = 50 \pi \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

2. Le paysagiste décide de ne tracer que les huit demi-cercles  $C_0, C_1, C_2, \dots, C_7$ . On appelle  $L$  la longueur de la spirale obtenue avec ces huit demi-cercles.

(a) Calculer  $L = l_0 + l_1 + l_2 + \dots + l_7$ . Donner l'arrondi à  $10^{-1}$  de  $L$ .

(b) Sachant que le paysagiste doit planter un arbuste tous les cinquante centimètres à partir de  $A_0$ , en déduire le nombre d'arbustes à planter.

### EXERCICE N°20

Ali et Samir comparent leurs salaires. Elles débutent chacune avec un salaire de 1 500 dinars

Chaque mois, à partir du deuxième mois :

\*) Le salaire d'Ali augmente de 8 dinars

\*) Le salaire de Samir augmente de 0,2% et on y ajoute 4 dinars. Pour tout entier naturel  $n$ , on désigne par  $a_n$  le salaire mensuel en dinars

que perçoit Alice à la fin du  $(n+1)$ -ième mois, et par  $c_n$  celui perçu par Carole.

Ainsi :  $a_0 = c_0 = 1500$  ;  $a_1$  et  $c_1$  représentent les salaires perçus à la fin du deuxième mois.

1°) Calculer  $a_1$  et  $c_1$ ,  $a_2$  et  $c_2$ .

2°) a) Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $a_{n+1}$  en fonction de  $a_n$ . Quelle est la nature de la suite  $(a_n)$  ?

b) En déduire, pour tout entier naturel  $n$ , l'expression de  $a_n$  en fonction de  $n$ .

3°) a) Justifier que, pour tout entier naturel  $n$  :

$$c_{n+1} = 1,002c_n + 4.$$

b) On considère la suite  $(v_n)$  telle que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = c_n + 2000$ .

Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 1,002.

Calculer  $v_0$  et, pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .

En déduire que :  $c_n = 3500 \cdot (1,002)^n - 2000$ .

4°) Calculer, puis comparer les salaires annuels d'Ali et Samir ont perçus au cours de leur première année de travail.

