

EXERCICE N°1

Déterminer les valeurs du nombre réel m pour lesquelles le barycentre des points A et B affectés respectivement des coefficients m et $m^2 + m + 1$ est la symétrique de A par rapport à B .

EXERCICE N°2

B est le milieu de $[AC]$. Démontrer que le barycentre de $(A, 1)$ et $(C, 3)$ est confondu avec celui de $(B, 2)$ et $(C, 2)$.

EXERCICE N°3

Soit trois points A, B, C alignés dans cet ordre et tels que $AB = 3$ et $BC = 5$.

Trouves des réels a et b tels que B soit le barycentre du système (A, a) et (C, b)

EXERCICE N°4

Soit C le barycentre de (A, a) et (B, b) ($a + b \neq 0$).

Démontrer que B est le barycentre des points (A, a) et $(B, -a-b)$ et A est le barycentre des points (B, b) et $(C, -a-b)$

EXERCICE N°5

Soit ABC un triangle rectangle en A , on pose $I = B^*C$ et $J = B^*I$.

1°) Montrer que J est le barycentre de $(B, 3)$ et $(C, 1)$.

2°) Déterminer et construire l'ensemble $E = \{ M \in P, \|\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MB} - \vec{MC}\| \}$

3°) Soit G le point défini par : $2\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$. Montrer que $G = A^*I$.

EXERCICE N°6

On considère :

$$f : P \rightarrow V, M \mapsto f(M) = -2\vec{MB} + 2\vec{MJ}$$

$$\text{et } h : P \rightarrow V, M \mapsto h(M) = -3\vec{MB} + 2\vec{MJ}$$

1°) Calculer $f(B)$, $f(J)$, $h(B)$ et $h(J)$.

2°) Montrer qu'il existe un point et un seul G tel que $h(G) = \vec{0}$. Construire G .

3°) Exprimer $h(M)$ à l'aide de \vec{GM} .

4°) Montrer que le vecteur $f(M)$ ne dépend pas de M .

5°) Déterminer et construire l'ensemble $\xi = \{ M \in P, \|f(M)\| = \|h(M)\| \}$.

EXERCICE N°7

Soit ABC un triangle.

1°) Placer : --Le milieu M de $[AB]$

$$\text{--Le point } N \text{ tel que : } \vec{AN} = \frac{1}{4}\vec{AC}$$

--Le point P tel que P est le barycentre de $(B, -3)$ et $(C, 1)$.

2°) Exprimer C comme barycentre des points N et A .

3°) Montrer que : $3\vec{PB} - 4\vec{PN} + 3\vec{PA} = \vec{0}$.

4°) Montrer que les points P, M et N sont alignés.

EXERCICE N°8

$[AB]$ est un segment de longueur 9 cm.

Soit G_1 est le barycentre des points $(A, 2)$ et $(B, 1)$ et G_2 est le barycentre des points $(A, -2)$ et $(B, 1)$

1°) Construire G_1 et G_2 .

2°) Déterminer et construire l'ensembles suivantes :

$$(a) \xi = \{ M \in P \text{ tel que } \|\vec{MB} + 2\vec{MA}\| = 0 \}$$

$$(b) \zeta = \{ M \in P \text{ tel que } \|\vec{MB} + 2\vec{MA}\| = 3 \cdot \|\vec{MB} - 2\vec{MA}\| \}$$

$$(c) \Gamma = \{ M \in P \text{ tel que } \|\vec{MB} + 2\vec{MA}\| \leq 2 \cdot AB \}$$



EXERCICE N°9

Soient A et B deux points distincts et $G = \text{bar}(A, a)$, (B, b) avec $a + b \neq 0$.

Démontrer que :

(*) Si $G \in [AB]$ alors a et b sont de mêmes signes.

(*) Si $G \notin [AB]$ alors a et b sont de signes opposés.

EXERCICE N°10

On donne un parallélogramme $ABCD$ et les points P et Q définis par :

$$\vec{AP} = \frac{1}{3} \vec{AB} \text{ et } Q = S_A(I), \text{ où } I \text{ est le milieu de } [AD].$$

Montrer que P , Q et C sont alignés.

EXERCICE N°11

Etant donné un triangle ABC et k un réel non nul, on définit les points D et E par les relations : $\vec{AD} = k \cdot \vec{AB}$ et $\vec{CE} = k \cdot \vec{CA}$.

1°) Faire une figure illustrant ces données lorsque $k = \frac{1}{3}$, puis lorsque $k = -1$.

2°) Démontrer que D est le barycentre de $(A, 1-k)$ et (B, k) .

3°) Démontrer que E est le barycentre de $(C, 1-k)$ et (A, k) .

4°) En déduire que pour tout point M du plan, on a :

$$\vec{MD} + \vec{ME} = \vec{MA} + \vec{MC} + k \cdot \vec{CB} = 2 \cdot (\vec{MB}' + k \cdot \vec{B'C'}) \text{ où } B' \text{ et } C' \text{ sont les milieux respectifs de } [AC] \text{ et } [AB].$$

5°) Soit I le milieu de $[DE]$, déduire de la question précédente que I , B' et C' sont alignés.

EXERCICE N°12

Dans le triangle ABC , E est le milieu de $[AB]$ et G est le barycentre de $(A, -2)$, $(B, -2)$ et $(C, 15)$. Démontrer que G , C et E sont alignés.

EXERCICE N°13 : Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j})

1°) Placer les points $A(2, 1)$, $B(-1, 5)$, $C(5, 7)$ et $G(1, \frac{5}{2})$.

2°) Déterminer les coordonnées de l'iso barycentre I des points B et C .

3°) Déterminer les coordonnées de l'iso barycentre H des points A , B et C .

4°) Existe-il un réel k tel que G soit barycentre de $(A, 1)$ et (B, k) ? Justifier.

EXERCICE N°14

Soient deux points distincts A et B . Soit l'application suivante

$$f: P \rightarrow P, M \mapsto M' \text{ tel que } \vec{MM'} = 3 \cdot \vec{MA} - \vec{MB}.$$

1°) Construire A' et B' image de A et B par f .

2°) Déterminer l'ensemble des points M du plan invariants par f .

3°) Déterminer l'ensemble des points N du plan tel que $\|Nf(N)\| = 4$

4°) Soient M' et N' les images respectives de M et N par f .

Démontrer que $\vec{M'N'} = -\vec{MN}$.

EXERCICE N°15

ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm .

Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\|\vec{MB} + \vec{MA} + 2\vec{MC}\| = \|\vec{MB} + 3\vec{MC}\|$.

EXERCICE N°16

$ABCD$ est un quadrilatère et G le point défini par :

$$\vec{GA} + \vec{GB} + 3 \cdot \vec{GC} + 3 \cdot \vec{GD} = \vec{0}. \text{ Construire le point } G.$$



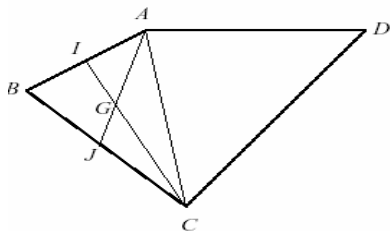
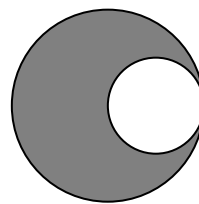
EXERCICE N°17

Construire le centre de gravité de la plaque métallique et homogène qui est représentée hachuré sur le dessin suivant. (sous la forme de deux cercles tangente intérieurement)

EXERCICE N°18

$ABCD$ est quadrilatère. G est le centre de gravité du triangle ABC .

I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$.



L est le barycentre de $(A,1)$ et $(D,3)$ et k le barycentre de $(C,1)$ et $(D,3)$.

Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (IK) , (JL) et (DG) sont concourantes.

Pour cela, On utilisera le point H définie par : $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} + 3\vec{HD} = \vec{0}$.

1°) Placer, en justifiant, les points L et K .

2°) Démontrer que H est le barycentre de G et D munis de coefficients que l'on précisera

3°) Démontrer que H est le barycentre de J et L munis de coefficients que l'on précisera

4°) Démontrer que H est le barycentre de I et K munis de coefficients que l'on précisera.

5°) Conclure.

<http://maths-akir.niaidblogs.com/>

