

EXERCICE N°1

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \\ 1 & -5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

1°) Déterminer l'ordre de A , B et AB

2°) Calculer AB

EXERCICE N°2

On considère les matrices A et B définis par : $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

1°) A est-elle inversible ? B est-elle inversible ?

2°) Calculer AB et BA

EXERCICE N°3

On donne la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

1°) Calculer A^2 .

2°) En déduire la matrice inverse A^{-1} .

3°) Calculer A^3 , A^4 , A^5 , A^6 .

4°) Soit n un entier naturel non nul. Calculer A^{2n} et A^{2n+1}

EXERCICE N°4

Résoudre le système $\begin{cases} -4x + 5y = 5 \\ 3x - 2y = -9 \end{cases}$ par la méthode matricielle.

EXERCICE N°5

Soit le système $\begin{cases} y - z = 1 \\ -3x + 4y - 3z = 2 \\ -x + y = 3 \end{cases}$. On pose $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

1°) Déterminer la matrice A telle que $A \times X \in B$

2°) Vérifier que $A^2 - 3A + 2I_3 = 0$

3°) En déduire la matrice inverse A^{-1} de A .

4°) En déduire la solution du système proposé.

EXERCICE N°6

On donne $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -3 & 3 & -3 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

1°) Calculer $B \times C$ et en déduire B^{-1}

2°) Résoudre le système : $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 6 \\ x - 2y - 2z = 1 \end{cases}$

EXERCICE N°7

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} a & 2a & 2a \\ 2 & -a & 2 \\ 2 & 2 & -a \end{pmatrix}$

1°) Pour que valeur de a , A est inversible.



2°) Résoudre alors le système :
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ 2x - y + 2z = -3 \\ 2x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

EXERCICE N°8

Résoudre et discuter sur R le système :
$$\begin{cases} 3x + y - mz = m \\ 2x + y - z = -1 \\ x + my + z = 1 \end{cases}$$

EXERCICE N°9

Dans une usine de métallurgie, on s'intéresse à la fabrication de pièces métalliques toutes semblables. Cette usine possède cinq ateliers A, B, C, D et E, et dans chacun de ces ateliers, la production est faite à l'aide de 4 types de machines, plus ou moins vieilles, si bien que la production ne se fait, ni au même rythme, ni au même coût.

Le premier tableau donne les paramètres de fabrication par machine (le temps, le nombre de pièces et le coût) et le second donne le nombre de machines de chaque type dans les ateliers.

Machine	temps (en min)	nombre de pièces	coût (en €)
1	10	120	10
2	7	100	15
3	6	80	12
4	8	110	11

machine	nombre par atelier				
	A	B	C	D	E
1	3	0	2	0	0
2	0	4	2	0	0
3	0	0	0	4	0
4	1	0	0	1	5

Exemple de lecture : en 10 minutes, la machine -1- fabrique 120 pièces pour un coût total de 10 €.

1°) A l'aide du produit de deux matrices, donner le tableau des paramètres de fabrication de chaque atelier. Quel sera le nombre de pièces fabriquées par l'atelier C en 34 minutes de fonctionnement de ses 4 machines ? et pour quel coût ?

2°) Quel sera le coût total sur les cinq ateliers ?
 Quel nombre de pièces au total pourront être fabriquées ?
 Quel sera le temps total de fonctionnement des 22 machines ?

