EXERCICE N°1

Soit la fonction définie sur R par $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-ax$

1°)Dans cette question on prend $a \neq 1$.

a) *Montrer que pour tout* $x>0$: $f(x)=x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-a\right)$

b) *Calculer alors* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°)Dans cette question on prend $a = 1$.

a) *Montrer que pour tout* $x>0$: $f(x)=\dfrac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-a}$

b) *Calculer alors* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3°)Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2-3x-1}{x-2}$

Calculer $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$, $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{|x|\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left(f(x)-x-1\right)$

EXERCICE N°3

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-x^2+3x}{1+x-x^2}$; $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2-x+x^2}{1+x-2x^2}$; $\mathrm{Lim}_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{3x}}{x-1}$; $\mathrm{Lim}_{x\to\sqrt{2}}\dfrac{x^2-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{8}}$; $\mathrm{Lim}_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$; $\mathrm{Lim}_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)$;

$\mathrm{Lim}_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2}+x\right)$; $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos\left(\dfrac{2\pi x-1}{3x-2}\right)$; , $\lim\limits_{x\to0} x\left(\sqrt{4+\frac{1}{x}}-2\right)$; $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1-\tan(x)}{\cos(2x)}$.

EXERCICE N°4

On considère la fonction f définie sur $[\,2\,;+\infty\,[$ *par :* $f(x)=\dfrac{3x+\sin x}{x-1}$.

Montrer que , pour tout $x\geq 2$, $|f(x)-3|\leq\dfrac{4}{x-1}$. *En déduire la limite de f en* $+\infty$

EXERCICE N°5

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=\dfrac{1}{2-\cos x}$.

1°)) Montrer que, pour tout réel x, $\frac{1}{3}\leq f(x)\leq 1$.

b) En déduire les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x(2-\cos x)}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+1}{2-\cos x}$ *et* $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x^2(2-\cos x)}$

EXERCICE N°6

Soit la fonction f définie sur $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ *par :* $f(x)=\dfrac{-x+\cos x}{2x+1}$

1°)Démontrer que pour tout $x>-\frac{1}{2}$ *on a :* $\dfrac{-x-1}{2x+1}\leq f(x)\leq\dfrac{-x+1}{2x+1}$

2°) En déduire la limite de f en $+\infty$.