EXERCICE N°1

Dans l'espace ξ, rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.On considère les points A(0,,1,-1) , B(3,2,1) et C(2,0,2).

1°)Vérifier que ABC est un triangle isocèle.

2°)Calculer $\cos\left(B\hat{A}C\right)$

3°)Soit P l'ensemble des points M(x,y,z) de l'espace tel que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{CA}$.
Montrer que P est le plan médiateur du segment [BC].

EXERCICE N°2

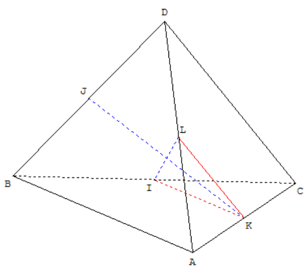
Dans l'espace ξ, rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.On considère les points A(m+1,2m-3,2-2m) , B(3,1,-2) ,C(4,0,2) et D(1,3,0) ; où m est un réel.

1°)Déterminer m pour que ABC soit un triangle rectangle en A.
2°)Déterminer m pour que A appartienne au plan médiateur de [BC].
3°)Vérifier que les points B , C et D ne sont pas alignés.
4°)Déterminer m pour que (AC) soit perpendiculaire au plan (BCD).

EXERCICE N°3

Soit ABCD un tétraèdre et I, J, K et L les milieux de [BC], [BD], [CA] et [DA].

1°) Exprimer $\overrightarrow{LI}$ et $\overrightarrow{KJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
3°) Montrer que les droites (LI) et (KJ) sont orthogonales si et seulement si : AB = CD.

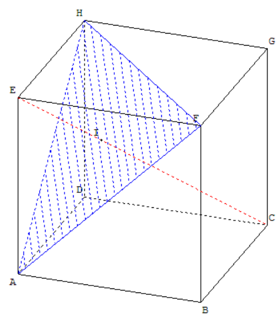


EXERCICE N°4

On considère quatre points distincts A, B, C et D de l'espace.
1°)Exprimer $AC^2 - AD^2$ et $BC^2 - BD^2$ sous la forme de produits scalaires.
2°) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales si et seulement si $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$.
3°) Application:on suppose que le tétraèdre ABCD soit tel que les arêtes (AB) et (CD) soient orthogonales ainsi que les arêtes (BC) et (AD).Montrer alors qu'il en est de même des arêtes (BD) et (AC).

EXERCICE N°5

On considère un cube ABCDEFGH, d'arête de longueur a (a réel strictement positif). Soit I le point d'intersection de la droite (EC) et du plan (AFH).
Montrer que la droite (EC) est perpendiculaire au plan (AFH).



EXERCICE N°6

Soit ABCD un tétraèdre régulier (les 6 arêtes sont égales et valent c).
1°) Démontrer que (AB) est orthogonal à (CD).
2°) Démontrer que la droite(IJ), qui joint les milieux des côtés [AB]et [CD] est perpendiculaire à (AB) et (CD).
3°) Calculer la hauteur du tétraèdre en fonction de c.