

EXERCICE N°1

Soit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace et les droites D_1 et D_2 définies par :

$$D_1 : \begin{cases} x = -1 + 3a \\ y = 1 - a \\ z = 2 + a \end{cases} \text{ où } a \in \mathbb{R} \text{ et } D_2 : \begin{cases} x = 1 - 2b \\ y = 2 - b \\ z = 2b \end{cases} \text{ où } b \in \mathbb{R}.$$

1°/ Montrer que D_1 et D_2 sont sécantes et calculer les coordonnées de leurs point d'intersection I .

2°/ Soit le point $A(0, 1, 2)$.

a) Ecrire une équation cartésienne du plan P_1 contenant la droite D_1 et passant par A .

b) Ecrire une équation cartésienne du plan P_2 contenant la droite D_2 et passant par A .

c) Quelle est l'intersection des plans P_1 et P_2 ? Donner une représentation paramétrique de cette intersection.

EXERCICE N°2

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soient les droites :

$$D : \begin{cases} x = -1 - k \\ y = 1 + 2k \\ z = 3 + k \end{cases} \text{ où } k \in \mathbb{R} \text{ et } D' : \begin{cases} x = 2 - 3k' \\ y = 1 + k' \\ z = -2k' \end{cases} \text{ où } k' \in \mathbb{R}.$$

1°/ Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires.

2°/ Soit un réel m et les points M et M' appartenant respectivement à D et D' et obtenus en prenant $k=k'=m$. Montrer que la droite (MM') reste parallèle à un plan fixe lorsque m varie.

EXERCICE N°3

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. A tout réel m , on associe le plan P_m dont une équation cartésienne est : $2mx + (m+1)y - 3(m-1)z + 2m + 4 = 0$.

1°/ Pour quelle valeur de m , le plan P_m passe-t-il par le point $A(1, 1, 2)$?

2°/ Peut-on trouver m pour que le plan P_m passe par le point $B(-1, -3, -1)$?

3°/ Pour quelle valeur de m , le vecteur \vec{AB} est-il directeur de P_m ?

EXERCICE N°4

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les plans P_m d'équations :

$$(2m+1)x - 2y + (m+1)z - 3m + 4 = 0. \quad (m \in \mathbb{R})$$

1°/ Montrer que tous les plans P_m contiennent une droite Δ dont on donnera une représentation paramétrique.

2°/ On considère les droites Δ_1 et Δ_2 définies par :

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 - 2a \\ y = 3 + a \\ z = 1 + 4a \end{cases} \text{ où } a \in \mathbb{R} \text{ et } \Delta_2 : \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x + 2z = 0 \end{cases}$$

1°/ Montrer que Δ_1 et Δ_2 sont sécantes en un point I de P_0 .

b) Ecrire une équation cartésienne du plan Q contenant Δ_1 et Δ_2 .

c) Soit $O' = S_I(O)$, écrire une équation cartésienne du plan P' passant par O' et parallèle à P_0 .

d) On pose $D = P' \cap Q$. donner une représentation paramétrique de D .

3°/ a) Existe-t-il un plan P_m passant par le point $A(\frac{1}{2}, 0, 2)$?

b) On désigne par E l'ensemble des plans P_m et par F l'ensemble des plans contenant Δ . E est-il égal à F ?

EXERCICE N°5

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère cartésien de l'espace.

A tout couple de réels (a, m) on associe la droite Δ_a et le plan P_m définies par :

$$\Delta_a : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ y - z - a = 0 \end{cases} \text{ et } P_m : (m+1)x - (m-1)y + (2m+3)z + 2 = 0.$$

1°/ Donner un repère (A, \vec{u}) de Δ_a .

2°/ Etudier, suivant les valeurs de a et m , la position relative de Δ_a et P_m .



3°/Démontrer que tous les plans P_m contiennent une droite fixe D dont-on donnera un repère (B, \vec{v}) .
4°/Déterminer a pour que D et Δ_a soient coplanaires.

Pour la valeur de a trouvée, écrire une équation cartésienne du plan Q contenant D et Δ_a .

EXERCICE N°6

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. on donne le point $A_m(m-1, m, m+1)$ où m est un paramètre

réel et la droite D définie par :
$$\begin{cases} x = 2 - k \\ y = 1 + k \\ z = 3 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$

1°/Quel est l'ensemble Δ des points A_m lorsque m décrit \mathbb{R} ?

2°/Pour quelle valeur de m , a-t-on : $A_m \in D$?

3°/On suppose que $(m \neq 2)$. Ecrire une équation cartésienne du plan P_m passant par A_m et contenant D .
Que remarque-t-on ?

4°/Soit un réel a et la droite D_a définie par :
$$\begin{cases} x = -1 + ab \\ y = 1 + (a-1)b \\ z = 1 + ab \end{cases} \quad (b \in \mathbb{R}).$$

a) Les droites D et D_a peuvent-elles être parallèles ?

b) Ecrire une équation cartésienne du plan Q_a contenant D_a et parallèle à D .

c) Montrer que tous les plans Q_a contiennent une droite fixe D' parallèle à D .

EXERCICE N°7

L'espace ξ est rapporté à un repère cartésien $R = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. A tout réel m , on associe le plan P_m dont une équation cartésienne est : $mx + 2y - m^2z + 3 = 0$.

1°) Déterminer les plans P_m passant par le point $A(2, 0, 1)$.

2°) Déterminer l'intersection des plans P_{-1} et P_1 .

3°) Montrer que tous les plans P_m passent par un point fixe B dont on précisera les coordonnées.

4°) Déduire, suivant les valeurs de m , la position relative de (AB) et P_m .

5°) Soit D la droite passant par B et de vecteur directeur : $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

6°) Montrer que les droites (OA) et D ne sont pas coplanaires.

7°) Soit Q le plan contenant la droite (OA) et parallèle à D .

Déterminer une équation cartésienne du plan Q .

8°) Déterminer m pour que les plans Q et P_m soient parallèles.

