

Formules de conversion

Si a , b et c sont les mesures respectives en radians, en degrés et en grades d'un angle donné alors on a :

$$\frac{a}{\pi} = \frac{b}{180} = \frac{c}{200}$$

Longueur d'un arc.

Soit ζ un cercle de centre O et de rayon r .

A et B deux points de cercle ζ tel que $\widehat{AOB} = a$ (radians).

La longueur ℓ de l'arc géométrique intercepté par l'angle a est $\ell = ra$

Cas particulier : $r = 1$, $\ell = a$

Orientation du plan

Il est visible que sur un cercle donné, il existe deux sens de parcours :

*) L'un de ces sens est dit direct ou positif c'est le sens contraire de celui dans lequel tournent les aiguilles d'une montre.

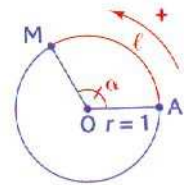
*) L'autre sens est dite indirect ou négatif.

*) Un cercle est dit orienté, si on choisit un sens de parcours sur ce cercle.

*) Le plan est dit orienté, si la convention des sens précédente est adoptée pour tous les cercles du plan.

Cercle trigonométrique.

On appelle cercle trigonométrique tout cercle de rayon 1, orienté dans le sens direct.



Dans la suite de cours on désigne par ζ un cercle trigonométrique.

Arcs orientés.

*) A et M deux points de ζ . Il y a deux arcs géométriques d'origine A et d'extrémité M dont un seul est parcouru suivant l'orientation du cercle ζ .

Cet arc est appelé arc orienté d'origine A et d'extrémité M et on note \widehat{AM} .

Mesures d'un arc orienté

Soit ζ un cercle trigonométrique et \widehat{AB} un arc orienté.

ℓ la longueur de l'arc géométrique associé.

On appelle mesure de l'arc orienté \widehat{AB} tout réel $\ell + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$ et on note $\text{mes } \widehat{AB}$

$\text{mes } \widehat{AB} = \ell + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, on le note $\text{mes } \widehat{AB} \equiv \ell [2\pi]$

Longueur de l'arc géométrique

L'arc orienté \widehat{AB} possède une unique mesure dans $[0, 2\pi[$, qui est la Longueur de l'arc géométrique associé.

Mesure principale d'arc orienté.

On appelle mesure principale d'un arc orienté \widehat{AB} l'unique mesure de cet arc, appartenant à $]-\pi, \pi]$

*) Pour tout point M de ζ et tout réel x , il existe un unique point N de ζ tel que $\text{mes } \widehat{MN} = x$

*) On convient que $\text{mes } \widehat{AA} = 2k\pi$

Propriétés

Pour tous points A , B et C de ζ , on a :

$\text{mes } \widehat{AB} + \text{mes } \widehat{BC} \equiv \text{mes } \widehat{AC} [2\pi]$	$\text{mes } \widehat{AB} \equiv -\text{mes } \widehat{BA} [2\pi]$
--	--

Formules trigonométriques

On note par $\zeta(O,1)$ le cercle trigonométrique et par \mathfrak{R} le repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j})

$\forall (x,k) \in \mathbb{R} \times \mathbb{Z}$	$\cos(x+2k\pi) = \cos x$	$\sin(x+2k\pi) = \sin x$	$\forall (k,x) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + p\pi, p \in \mathbb{Z} \right\}$	$\operatorname{tg}(x+k\pi) = \operatorname{tg} x$	$\forall (x,k) \in \mathbb{R} - \{p\pi, p \in \mathbb{Z}\} \times \mathbb{Z}$	$\operatorname{cotg}(x+k\pi) = \operatorname{cotg} x$
--	--------------------------	--------------------------	--	---	---	---

angles	sin	cos	tan	cotan
$x + 2k\pi$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\cotan x$
$-x$	$-\sin x$	$\cos x$	$-\tan x$	$-\cotan x$
$\pi - x$	$\sin x$	$-\cos x$	$-\tan x$	$-\cotan x$
$\pi + x$	$-\sin x$	$-\cos x$	$\tan x$	$\cotan x$
$\frac{\pi}{2} - x$	$\cos x$	$\sin x$	$\cotan x$	$\tan x$
$\frac{\pi}{2} + x$	$\cos x$	$-\sin x$	$-\cotan x$	$-\tan x$

x (radian)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\otimes	0
$\cotan x$	\otimes	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	\otimes

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$	$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$	$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$	$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$	$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$	$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$	$\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$
------------------------------------	------------------------------------	--

Equations et Inéquations

<p>Soit x et y deux réels</p> <p>$\sin x = \sin y$, si et seulement si $x = y + 2k\pi$ ou $x = \pi - y + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$</p>
<p>Soit x et y deux réels</p> <p>$\cos x = \cos y$, si et seulement si $x = y + 2k\pi$ ou $x = -y + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$</p>
<p>Soit x et y deux réels de $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$</p> <p>$\tan x = \tan y$, si et seulement si $x = y + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$</p>
<p>Soit x et y deux réels de $\mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$</p> <p>$\cotan x = \cotan y$, si et seulement si $x = y + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$</p>

Remarque: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ *** $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$

<http://n>

