EXERCICE N°1

Sans utiliser une calculatrice, calculer le réel :

1°) $\cos\frac{\pi}{14} + \cos\frac{\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{14} - \sin\frac{2\pi}{7} - \sin\frac{5\pi}{14} - \sin\frac{3\pi}{7}$

2°) $\tan\frac{\pi}{9} + \tan\frac{2\pi}{9} + \tan\frac{\pi}{3} + \tan\frac{4\pi}{9} + \tan\frac{5\pi}{9} + \tan\frac{2\pi}{3} + \tan\frac{7\pi}{9} + \tan\frac{8\pi}{9}$

3°) $\cos^2\frac{\pi}{5} + \cos^2\frac{2\pi}{5} + \sin^2\frac{3\pi}{5} + \sin^2\frac{4\pi}{5}$

4°) $\tan\frac{\pi}{12}.\tan\frac{5\pi}{12} + \cot an\frac{\pi}{5}.\tan\frac{4\pi}{5}$

5°) $\sin^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \sin^2\frac{7\pi}{8}$

6°) $\cos^2\frac{2\pi}{8} + \cos^2\frac{4\pi}{8} + \cos^2\frac{6\pi}{8} + \cos^2\frac{8\pi}{8}$

7°) $\sin^2\frac{\pi}{12} + \sin^2\frac{3\pi}{12} + \sin^2\frac{5\pi}{12} + \sin^2\frac{7\pi}{12} + \sin^2\frac{9\pi}{12} + \sin^2\frac{11\pi}{12}$

EXERCICE N°2

1°)*On remarquant que l'on a :* $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, *calculer* $\cos\frac{\pi}{12}$, $\sin\frac{\pi}{12}$ *et* $\tan\frac{\pi}{12}$

2°)*Démontrer que l'on a :* $\tan^2\frac{\pi}{12} + \tan^2\frac{5\pi}{12} = 14$

3°) *Calculer* $\cos\frac{\pi}{8}$, $\sin\frac{\pi}{8}$, $\tan\frac{\pi}{8}$ *et* $\tan\frac{5\pi}{8}$

EXERCICE N°3

Soit $\wp = \cos x \cos 2x \cos 4x$

1°)*Montrer que :* $8\sin x.\wp = \sin 8x$

2°)*En déduire la valeur de* $\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}$

EXERCICE N°4

1°)*Montrer que pour tout x de R :* $\sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos x + \sin x$

2°)*Montrer que pour tout x de R :* $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x - \sin x$

3°) *Montrer que pour tout x de* $R - \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi,\right\}, k \in Z$: $\frac{\cos 2x}{\sin 2x - 1} = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$

4°) *En déduire que pour tout x de* $R - \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi,\right\}, k \in Z$: $\frac{\cos 2x}{\sin 2x - 1} = \cot an\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

EXERCICE N°5

1°)*Montrer que pour tout x de R :* $\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = 0$

2°)*Calculer alors* $\cos\frac{\pi}{7} + \cos\frac{11\pi}{7} + \cos\frac{17\pi}{7} = 0$

3°) *Montrer que : pour tout a,b*$\in R$: $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos a \cos b$

4°)*En déduire que* $\cos^2 x + \cos^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$

EXERCICE N°6

Soit pour tout $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, $f(x)=\sqrt{1+\sin 2x}+\sqrt{1-\sin 2x}$.

Montrer que $\begin{cases} f(x)=2\cos x \quad si \quad x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right] \\ f(x)=2\sin x \quad si \quad x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$

EXERCICE N°7

I. *Résoudre les équations suivants dans R puis dans* $[0,2\pi]$ *et représenter sur le cercle trigonométrique les images des solutions :*

$2\sin x=\sqrt{3}$; $2\cos x=-1$, $2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=-1$, $\sin x=\cos x$, $\tan x=-\sqrt{3}$, $\cos x-\sin^2 x-1=0$.

II. *Résoudre les inéquations suivants dans* $[0,2\pi]$

$\sin x\le\frac{\sqrt{3}}{2}$, $2\cos x+1\ge 0$, $2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\le -1$, $\tan x>-\sqrt{3}$.

EXERCICE N°8

1°) Résoudre dans R : $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=0$

2°)Résoudre dans R : $\sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2}$

3°) Résoudre dans $[-\pi,\pi]$: $\sin x-\sqrt{3}\cos x\ge\sqrt{2}$

4°) Résoudre dans $[-\pi,\pi]$: $3\cos x-2\sin^2 x+3=0$

5°) Résoudre dans $[-\pi,\pi]$: $3\cos x-2\sin^2 x+3\ge 0$

6°)Résoudre dans $[0,2\pi]$: $\frac{2\cos 2x-1}{1+2\cos 2x}\le 0$