EXERCICE N°1

Soit pour tout n de N : $u_n = 2n + 7$.

1°)*Calculer* u_0, u_1, u_2 *et* u_{1000} .

2°)*Exprimer* u_{2n} *et* u_{2n+1} *en fonction de n.*

3°)*Vérifier que pour tout n de N :* $u_{n+1} = u_n + 2$

EXERCICE N°2

On considère la suite réelle $(u_n)_{n\in N}$ *définie par :* $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 7 \end{cases}$

1°) *Calculer* u_1, u_2, u_3 *et* u_4 .

2°)*Représenter les quatre premiers termes de cette suite.*

3°)*Vérifier que pour tout n de n :* $u_{n+2} = 4u_n + 21$

4°)*En déduire que : pour tout n de n :* $u_{2n+2} = 4u_{2n} + 21$ *et* $u_{2n+3} = 4u_{2n+1} + 21$.

5°)*Vérifier que pour tout n de N :* $u_{n+1} + 7 = 2(u_n + 7)$

6°)*Simplifier :* $\dfrac{u_2 + 7}{u_1 + 7} \times \dfrac{u_3 + 7}{u_2 + 7} \times ...... \times \dfrac{u_{2007} + 7}{u_{2006} + 7}$

7°)*En déduire la valeur de* u_{2007}

EXERCICE N°3

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *une suite arithmétique de raison r et de premier terme* U_0.

1°)*Calculer* u_{10} *sachant que :* $u_0 = 2$ *et* $r = 2$.

2°) *Calculer* u_0 *sachant que :* $u_5 = 10$ *et* $r = 2$.

3°) *Calculer* r *sachant que :* $u_2 = 1$ *et* $u_4 = 8$.

4°)*Calculer* u_0 *et* r *sachant que :* $u_7 = 45$ *et* $u_{10} + u_{11} = 132$

EXERCICE N°4

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *la suite réelle définie par : u :* $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3}\, u_n + \sqrt{3}^{\,n+1} \end{cases}$

1°)*Calculer* u_1 , u_2 *et* u_3.

2°)*Soit, pour tout entier naturel n :* $v_n = \dfrac{u_n}{\sqrt{3}^{\,n}}$.*Montrer que* (v_n) *est une suite arithmétique*

3°)*Exprimer alors* v_n *puis* u_n *en fonction de n* .

EXERCICE N°5

Soit (u_n) *la suite réelle définie sur* N^* *par : u :* $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}$

(On suppose que , pour tout entier naturel n : $u_n \geq 0$*)*

1°) *Calculer* u_2 , u_3 *et* u_4. *u est-elle une suite arithmétique ?*

2°) *On pose, pour tout entier naturel n non nul :* $v_n = u_n^2$

Montrer que (v_n) *est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison .*

3°)*Exprimer alors* v_n *puis* u_n *en fonction de n* .

EXERCICE N°6

1°)*Calculer les sommes suivantes :* $S = 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 2009$ *et* $T = 2 + 4 + 6 + 8 + ...+ 2008$

2°)*En déduire la valeur de la somme :*

$F = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + ... - 2008 + 2009$

EXERCICE N°7

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *la suite réelle définie par : u :* $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 1 + 2n + u_n \end{cases}$

1°) *Calculer* u_1 , u_2 *et* u_3. *u est-elle une suite arithmétique ?*

2°) *Calculer en fonction de n :* $s_n = 1 + 3 + 5 + ... + (2n+1)$

3°)*Vérifier que :* $(u_1 - u_0) + (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + ... + (u_{n+1} - u_n) = u_{n+1} - 2$

4°)*Exprimer alors* u_n *en fonction de n* .

EXERCICE N°8

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *une suite géométrique de q et de premier terme* u_0.

1°)Calculer u_{10} *sachant que :* $u_0 = 1$ *et* $q = -2$.

2°) Calculer u_0 *sachant que :* $u_5 = 2$ *et* $q = 8$.

3°) Calculer q sachant que : $u_2 = 7$ *et* $u_4 = 2$.

EXERCICE N°9

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *la suite réelle définie par : u :* $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = 5.u_n + 8 \end{cases}$

1°) Calculer u_1 , u_2 *et* u_3. *u est-elle une suite géométrique ?*

2°) Représenter les quatre premiers termes de cette suite.

3°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n + 2$ *Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .*

4°)Exprimer alors v_n *puis* u_n *en fonction de n .*

EXERCICE N°10

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *la suite réelle définie par : u :* $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 4.u_n + 9 \end{cases}$

1°) Calculer u_1 , u_2 *et* u_3. *u est-elle une suite géométrique ?*

2°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n + 3$, *. Montrer que* (v_n) *soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .*

3°)Exprimer alors v_n *puis* u_n *en fonction de n .*

4°)Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ *et* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5°)Calculer en fonction de n : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots.. + v_n$ *et* $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots.. + u_n$.

EXERCICE N°11

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *la suite réelle définie par : u :* $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$

1°) Calculer u_1 , u_2 *et* u_3. *u est-elle une suite géométrique ?*

2°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - a$, *.où a est un réel. Déterminer a pour que* (v_n) *soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison . Dans la suite d'exercice on prend a=2*

3°)Exprimer alors v_n *puis* u_n *en fonction de n .*

4°)Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ *et* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5°)Calculer en fonction de n : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots.. + v_n$ *et* $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots.. + u_n$.

6°) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n$

EXERCICE N°12

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *la suite réelle définie par : u :* $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3.u_n + n \end{cases}$

1°) Calculer u_1 , u_2 *et* u_3. *u est-elle une suite géométrique , arithmétique ?*

2°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - a.n + b$,

où a , b deux réels .

Déterminer les réels a et b pour que (v_n) *soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .*

3°)Exprimer alors v_n *puis* u_n *en fonction de n .*

4°)Calculer en fonction de $n \in N^*$ *:* $S_n = v_1 + v_2 + \ldots.. + v_n$

et $T_n = u_1 + u_2 + \ldots.. + u_n$.

EXERCICE N°13

Soit u une suite définit comme la suite : $u_1 = 0{,}3$, $u_2 = 0{,}33$, $u_3 = 0{,}333$, ……., $u_n = 0{,}\underbrace{33\ldots..3}_{n \;\; fois \;\; 3}$

1°)Vérifier que $u_1 = \dfrac{3}{10}$, $u_2 = \dfrac{3}{10} + \dfrac{3}{10^2}$ *et* $u_n = \dfrac{3}{10} + \dfrac{3}{10^2} + \ldots + \dfrac{3}{10^n}$

2°)Exprimer u_n *en fonction de n .*

3°)Calculer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. *Que représente cette limite.*

EXERCICE N°14

Soit u une suite définit comme la suite : $v_1 = 0{,}36$, $v_2 = 0{,}3636$, $v_3 = 0{,}363636$, ……., $v_n = 0{,}\underbrace{3636\ldots.36}_{n \;\; fois \;\; 36}$

Exprimer v_n *en fonction de n et calculer alors* $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$. *Que représente cette limite.*

EXERCICE N°15

Soit u une suite définit comme la suite : $w_1 = 0{,}366$, $w_2 = 0{,}366366$, $w_3 = 0{,}366366366$, ……,

$w_n = 0{,}\underbrace{366366.....366}_{n \ \text{fois} \ 366}$

Exprimer w_n *en fonction de n et calculer alors* $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$. *Que représente cette limite*

EXERCICE N°16

Soit $(u_n)_{n\in N}$ *la suite réelle définie par : u :* $\begin{cases} u_0 = 4 \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \dfrac{u_n + u_{n+1}}{2} \end{cases}$

1°) Calculer u_2 , u_3 *et* u_4. *u est-elle une suite géométrique , arithmétique ?*

2°) Montrer que pour tout entier n : on a : $u_{n+1} = -\dfrac{u_n}{2} + 3$

3°) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - a$ *, où a est un réel .*
Déterminer le réel a pour que (v_n) *soit une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison .*
3°)Exprimer alors v_n *puis* u_n *en fonction de n .*

EXERCICE N°17

On considère la suite réelle u définie sur N par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} + 1 \end{cases}$

1°) Montrer que la suite u n'est ni arithmétique ni géométrique.
2°) Montrer que u est croissante sur N.
3°)Soit pour tout n de N : $v_n = u_n - a$

a) *Déterminer a pour que la suite* (v_n) *soit géométrique.*
b) *Exprimer alors* u_n *en fonction de n.*
c) *Calculer alors* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4°)Soit $s_n = \sum\limits_{k=0}^{n} u_k$. *Exprimer* s_n *en fonction de n.*

EXERCICE N°18

On considère les deux suites (u_n) *et* (v_n) *définies, pour tout entier naturel n, par :*

$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$ *et* $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1} + v_n}{2} \end{cases}$

1°) Calculer u_1, v_1, u_2 *et* v_2.
2°) Soit la suite (w_n) *définie, pour tout entier naturel n, par :* $w_n = v_n - u_n$.
Montrer que w est une géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.
3°)Etudié le sens de variation des suites (u_n) *et* (v_n).
4°)Montrer que (u_n) *est majoré par 4 et* (v_n) *est minoré par 3.*

5°) On considère à présent la suite (t_n) *définie, pour tout entier naturel n, par :*$t_n = \dfrac{u_n + 2v_n}{3}$.

Démontrer que la suite (t_n) *est constante.*
6°)En déduire u_n *et* v_n *en fonction de n.*
7°)Calculer alors la limite des suites (u_n) *et* (v_n).

EXERCICE N°19

On considère la suite réelle u définie sur N par : $\begin{cases} u_0 \in R \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + a}{u_n + 1} \end{cases}$

I. ***Dans cette partie on prend*** $u_0 = 1$ *et* $a = 0$

Soit pour tout n de N : $w_n = \dfrac{1}{u_n}$.

a) *Montrer que w est une arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison*
b) *Exprimer alors* u_n *en fonction de n.*

II.**Dans cette partie on prend** $u_0 = 0$ et $a = \dfrac{1}{4}$

1°)Etudier la monotonie de u.

2°)Soit pour tout n de N : $v_n = \dfrac{2u_n + 1}{2u_n - 1}$.

a) Montrer que v est suite une géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison
b) Exprimer alors u_n en fonction de n.
c) Calculer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

EXERCICE N°20

On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 8}{2u_n + 1} \end{cases}$, $n \in N$

1°) Calculer u_1 et u_2.

2°) Soit la fonction h définie sur [0; 5] par : $h(x) = \dfrac{x+8}{2x+1}$

a) Étudier les variations de h.
b) Résoudre l'équation h(x) = x.
c) Tracer la courbe (H) représentative de h et la droite (Δ) d'équation y = x dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique : 2 cm).

3°) a) Construire à l'aide de (H) et de (Δ) les points de $(O;\vec{i})$ d'abscisses u_0, u_1, u_2 et u_3 en expliquant leur construction.
b) Que peut-on supposer pour la monotonie et la convergence de (u_n) ?

4°) On définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par : $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 2}$

a) Calculer v_0 et v_1.
b) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera.
c) Exprimer alors u_n en fonction de n.
d) Calculer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$