EXERCICE N°1

Calculer les limites suivants :

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}$, $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$, $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}$, $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{2x+6}-4}{\sqrt{x+4}-3}$, $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+2x-12}{x^3-8}$,

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{(x-2)^2-4}$, $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}+\sqrt{2x^2+7}-5}{x^2-1}$, $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{3x}-3}{\sqrt{x+1}-2}$, $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}-2}$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2+x+1}{2x^2+x+1}$, $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^2+x-x^3}{3x^2+x+1}$, $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x+1}$, $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2+x+1}{1-x}$, $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x^2-1}{4-2x}$, $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x^2-1}$

EXERCICE N°2

Soit la fonction f définie sur $R-\{3\}$ *par :* $f(x)=\begin{cases} mx+\dfrac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x>3 \\ \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} & \text{si } x<3 \end{cases}$

1°)Déterminer la limite de f à droite en 3.
2°) Déterminer la limite de f à gauche en 3.
3°)Pour quel valeur de m, f est-elle prolongeable par continuité en 3.

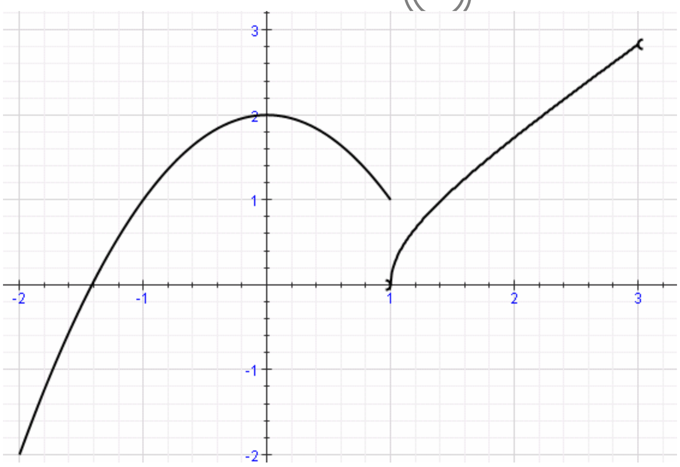
EXERCICE N°3

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\begin{cases} x+a+\sqrt{x^2+x+1} & \text{si } x<-1 \\ \dfrac{ax-b+a}{2x+4} & \text{si } |x|\le 1 \\ \dfrac{2}{3}bx-\dfrac{\sqrt{x^2+3}+2}{x+1} & \text{si } x>1 \end{cases}$

1°)Prouver que $D_f=R$
2°)Calculer $\lim\limits_{-1^-} f$, $\lim\limits_{-1^+} f$
3°)Trouver une relation entre a et b pour que f soit continue en -1.
4°)Calculer $\lim\limits_{1^-} f$ *et* $\lim\limits_{1^+} f$.
5°)Trouver une deuxième relation entre a et b pour que f soit continue en 1.
6°)Déterminer a et b pour que f soit continue en 1 et en -1.

EXERCICE N°4

La courbe ci-dessous représente une fonction f



1°)Déterminer le domaine de définition de f.

2°)Déterminer f(1). f est-elle continue à droite de 1? à gauche de 1? En 1.

3°)Déterminer $f([-2,0])$, $f([-2,1])$, $f([-2,3[)$.

EXERCICE N°5

Soit la fonction définie sur R par $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-ax$

1°)Dans cette question on prend a ≠ 1.

a) *Montrer que pour tout x > 0 :* $f(x)=x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-a\right)$

b) *Calculer alors* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2°)Dans cette question on prend a = 1.

a) *Montrer que pour tout x > 0 :* $f(x)=\dfrac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-a}$

b) *Calculer alors* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3°)Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

EXERCICE N°6

Soit f la fonction définie par $f_a(x)=\dfrac{ax^2-x+1}{x-1}$

1°)Etudier suivant les valeurs de a, , $\lim\limits_{x\to 1} f_a(x)$.

2°)Etudier suivant les valeurs de a, , $\lim\limits_{x\to+\infty} f_a(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f_a(x)}{x}$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f_a(x)-x\right)$