Série dénombrement

Exercice 1 :

1). A l'aide des chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 combien peut on écrire:

a). de nombres de trois chiffres?

b). de nombres de trois chiffres distincts?

c) de nombres de six chiffres?

d). de nombres de six chiffres distincts?

e). de nombres pairs de six chiffres distincts?

2). Mémes questions si on dispose des chiffres 0, 1, 2, 3, 4 et 5.

Exercice 2 :

On jette trois dés de couleurs différentes ayant des faces numérotées de 1 à 6.

1).Dénombrer tous les résultats possibles.

2). Dénombrer les résultats comportant un seul 3.

3). Dénombrer les résultats comportant exactement deux 4.

4). Dénombrer les résultats ne comportant aucun 2.

5). Dénombrer les résultats comportant trois numéros distincts.

Exercice 3 :

1). Montrer que pour tout n, p et k entiers tels que $0 \le k \le p \le n$, on a:

$$C_n^k C_{n-k}^{p-k} = C_p^k C_n^p$$

2). En déduire que pour tout n et p entiers tel que $0 \le p \le n$ on a:

$$\sum_{k=0}^{p} C_n^k . C_{n-k}^{p-k} = 2^p C_n^p$$

Exercice 4 :

Une urne contient 4 boules portant les numéros 0, 0, 1, 2 et

3 boules noires portant les numéros 0, 1 et 2.

On suppose que les boules sont indiscernables au toucher.

I- On tire simultanément quatre boules de l'urne.

Déterminer le nombre de tirages dans chacun des cas suivants:

A "tirertrois boules de méme couleur "

B "tirer au moins une boules noire"

C "tirer exactement une boule noire et exactement une boule portant le numéro 0.

II- On tire successivement et avec remise quatre boules de l'urne.

Déterminer le nombre de tirages dans chacun des cas suivants:

D "tirer quatre boules de méme couleur"

E "tirer exactement deux boules blanches"

F "obtenir pour la première fois une boule portant le numéro 0 au troisième tirage"

G "le produit des numéros obtenus est égal à 0"

Exercice 5 :

Soit n un entier naturel et x un réel positif.

1). a). Développer $(1+x)^n$.

b). En déduire que $(1+x)^n \geq 1+nx$.

2). Soit $u_n = \dfrac{n!}{n^n}$ où $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$ $\dfrac{u_n}{u_{n+1}} \geq 2$.

En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}^*$ $u_n \leq \dfrac{1}{2^{n-1}}$.