

Série d'exercices espace N 1

2° année sciences

Exercice 1 :

On considère un cercle  $\mathcal{C}$  de centre O et de rayon  $R = 5\text{cm}$  d'un plan  $P$ .

Soit [AB] un corde de  $\mathcal{C}$  telle que  $AB = 6\text{cm}$ .

1/ Montrer que (SOM) est le plan médiateur de [AB].

2/ Montrer que les plans (SOM) et (SAB) sont perpendiculaires.

3/ Sachant que [OH] est la hauteur du triangle SOM, montrer que (OH) est perpendiculaire au plan (SAB).

4/ Calculer la distance OM.

5/ Soit C un point du cercle  $\mathcal{C}$  distinct de A et B. Calculer OS sachant que le tétraèdre SABC est régulier.

Exercice 2 :

On considère un tétraèdre régulier ABCD d'arête  $a$ .

Soit I = C\*D.

1/ a) Montrer que AIB est le plan médiateur de [CD].

b) Dédire que les plans (AIB) et (BCD) sont perpendiculaires.

2/ Soit G le projeté orthogonal de A sur la droite (BI).

a) Montrer que (AG) est perpendiculaire au plan (BCD).

b) Dédire que (AG) est l'axe du cercle circonscrit au triangle BCD et que G est le centre de gravité de ce triangle.

c) Montrer que  $AG = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

3/ Soit K = A\*G.

a) Calculer en fonction de  $a$  les distances BK et KI.

b) En déduire que le triangle BKI est rectangle en K.

Exercice 3 :

On considère un tétraèdre ABCD vérifiant  $AB = AD$  et le triangle BCD est à la fois rectangle et isocèle de sommet principal C.

On pose  $O = B * D$ .

1/ Déterminer  $(P)$  le plan médiateur de  $[BD]$ .

2/ Montrer que les plans  $P$  et  $(BCD)$  sont perpendiculaires.

3/ On suppose maintenant que  $ABCD$  vérifie aussi  $AB = AC$ .

a) Déterminer la droite  $\Delta$  : axe du cercle  $(BCD)$ .

b) Sachant que  $BC = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2}$  et  $AB = \alpha$  ; calculer  $BD$  ;  $OC$  et  $OA$  .

#### Exercice 4 :

On considère un tétraèdre  $ABCD$  tel que les triangles  $ABD$  et  $ABC$  sont rectangles en  $B$  et  $BCD$  est rectangle en  $D$ .

1/ Montrer que  $(CD)$  est orthogonale à  $(AB)$ .

2/ a) Montrer que les plans  $(ABD)$  et  $(ACD)$  sont perpendiculaires.

b) Quelle est la nature du triangle  $ADC$  ?

3/ Soit  $I = B * C$  et  $M = A * C$ .

a) Montrer que  $(IM)$  est l'axe du cercle circonscrit au triangle  $BCD$ .

b) Soit  $K$  le point du plan  $(BCD)$  symétrique par rapport à  $I$  et  $J$  le projeté orthogonal de  $I$  sur  $(BK)$ . Quel est le plan médiateur de  $[BK]$  ?

