Exercice 1

Choisir la bonne réponse (aucune justification n'est demandée).
Soit $z_1 = 1+i$ et $z_2 = 1+i\sqrt{3}$ deux nombres complexes d'images respectives A et B .

1. a) $z_1 = \sqrt{2}\left(cos(\frac{\pi}{4})+isin(\frac{\pi}{4})\right)$ b) $z_1 = \sqrt{2}\left(cos(\frac{\pi}{3})+isin(\frac{\pi}{3})\right)$ c) $z_1 = \sqrt{2}\left(cos(\frac{\pi}{6})+isin(\frac{\pi}{6})\right)$
2. La forme algébrique de $\overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)}$ est
   a) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}+i\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ b) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}+i\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}+i\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
3. L'argument de $\frac{z_2}{z_1}$ est :
   a) $-\frac{\pi}{12}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{12}$
4. Le module de $\frac{z_2}{z_1}$ est :
   a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) 1
5. L'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|z-1-i| = \left|z-1-i\sqrt{3}\right|$ est:
   a) La médiatrice de $[AB]$ b) Le milieu de $[AB]$ c) Le cercle de diamètre $[AB]$
6. L'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|\bar{z}-1+i| = 2$ est:
   a) La médiatrice de $[AB]$
   b) Le cercle de centre A et de rayon 2
   c) Le cercle de centre B et de rayon 2

Exercice 2

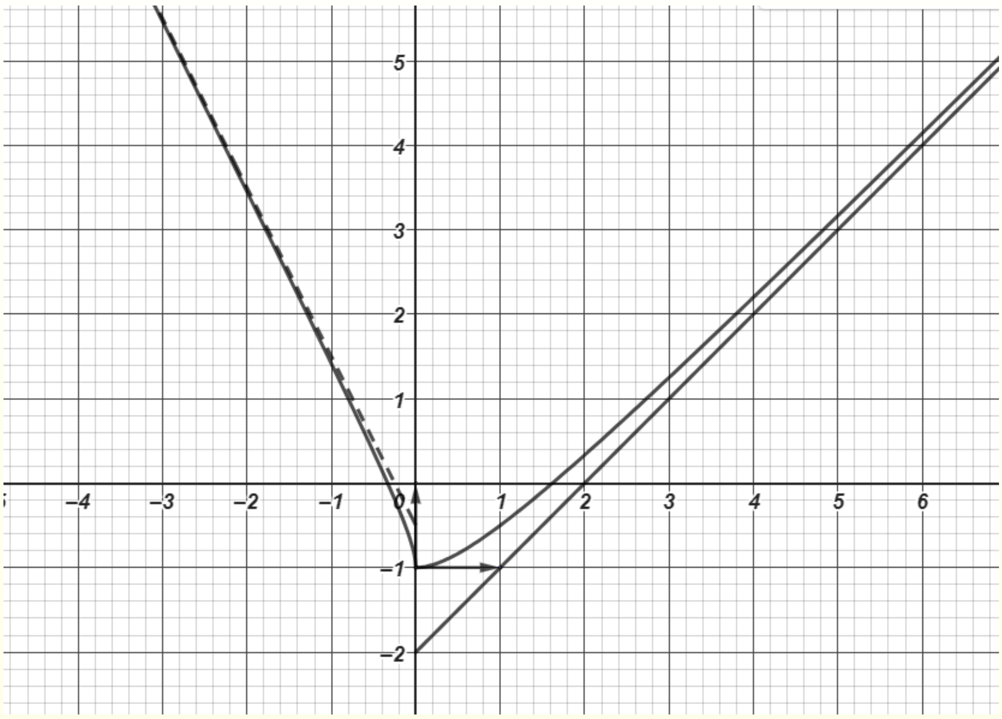
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$.
On considère trois points $A;B$ et C d'affixes respectives $z_A = 1+2i$;$z_B = 2-i$ et $z_C = -2+i$

1. Placer les points $A;B$ et C (Figure 1)
2. (a) Calculer les distances: AB ;AC et BC
   (b) En déduire que ABC est un triangle rectangle et isocèle en A
3. Déterminer l'affixe du point D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.
4. Calculer les distances OA;OB et OC; en déduire que les points A;B et C appartiennent à un cercle (C) qu'on déterminera le centre et le rayon.
5. Soit E le point d'affixe $z_E = \frac{\sqrt{5}}{2} - i\frac{\sqrt{15}}{2}$.
   (a) Déterminer l'écriture trigonométrique de z_E
   (b) Construire le point E (Figure 1)

Exercice 3

Partie A

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et dont la représentation graphique est ci-dessous:



$\triangle : y = x - 2$ est une asymptote au voisinage de $+\infty$

$\triangle' : y = -2x - \dfrac{1}{2}$ est une asymptote au voisinage de $-\infty$

Répondre graphiquement:

1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) + 2x + \dfrac{1}{2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x) - (x-2)}$
2. $f'_d(0)$ et $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{f(x)+1}{x}$

Partie B

On considère que f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} - x - 1 & \text{Si } x \leq 0 \\ f(x) = \dfrac{x^2 - x - 1}{x+1} & \text{Si } x > 0 \end{cases}$

On concidère (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ puis $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
2. (a) Vérifier que $f(x) = x - 2 + \dfrac{1}{x+1}$pour tout $x \in]0, +\infty[$
   (b) Montrer que $\triangle : y = x - 2$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$
3. Montrer que $\triangle' : y = -2x - \dfrac{1}{2}$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$
4. Calculer $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ puis $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$;en déduire que f est continue en 0
5. Étudier la dérivabilité de f à droite en 0 puis déduire une interprétation graphique
6. Étudier la dérivabilité de f à gauche en 0 puis déduire une interprétation graphique

Exercice 4

Partie A:

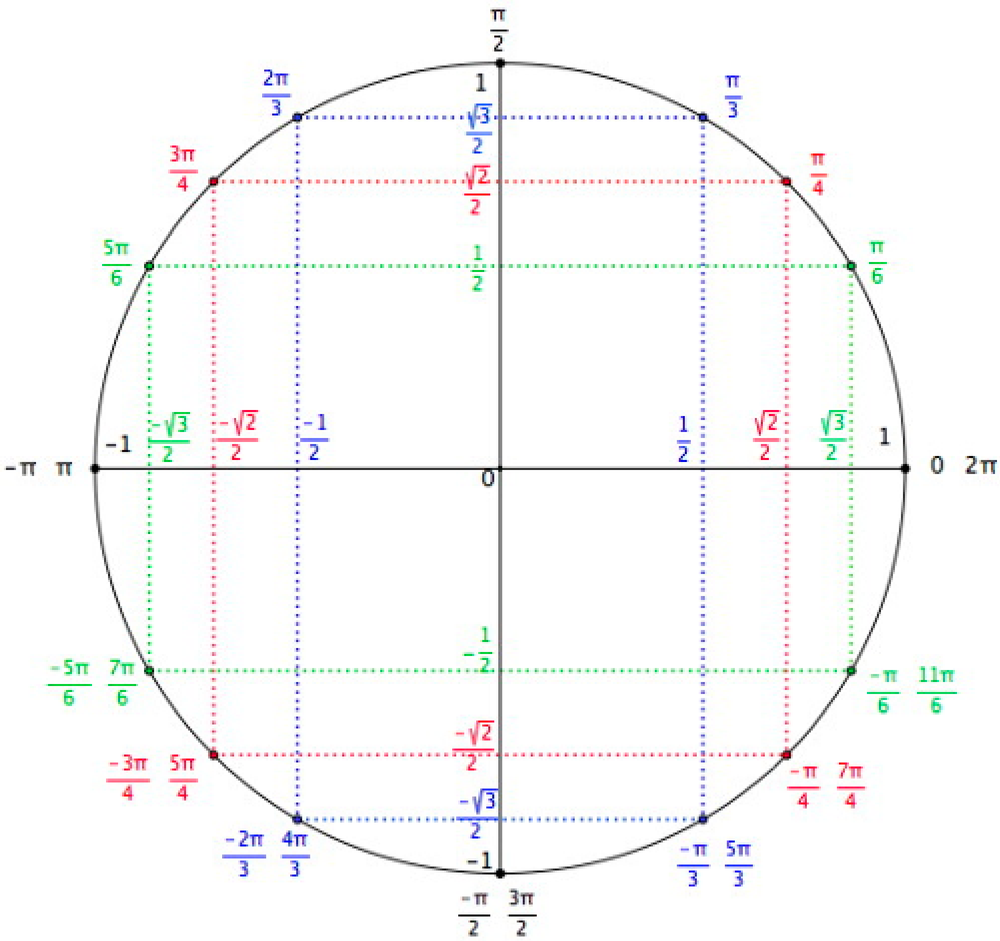
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$.
On considère deux points de coordonnées cartésiennes $A(2\sqrt{3},2)$ et $B(-2,2\sqrt{3})$.

1. Déterminer les coordonnées polaires de A et B .
2. Construire les points A et B.
3. Montrer que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O

Partie B:

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2sin(x)-1=0$
2. Soit $A(x)=2sin(x-\dfrac{\pi}{3})$
   (a) Montrer que $A(x)=sin(x)-\sqrt{3}cos(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$
   (b) En déduire une résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation: $A(x)=1$

Rappel:
$sin(a+b)=sin(a)cos(b)+sin(b)cos(a)$
$sin(a-b)=sin(a)cos(b)-sin(b)cos(a)$



Barème: EX1:3 pts EX2:5 pts EX3:8 pts EX4:4 pts