

# Exercices Ln ( bac scientifique ) Mr. FATNASSI BECHIR

## Exo. n°3 : ( Enoncé )

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

1°/  $\ln^2(x) - 5\ln(x) + 6 > 0$       2°/  $2\ln(x+1) - \ln(x+3) < \ln(-x+1)$       3°/  $2\ln(x) \leq \ln(3)$

4°/  $1 - \ln(-x+2) > 0$       5°/  $\ln\left(\frac{3x+1}{x+2}\right) < 0$       6°/  $\ln(\ln(x^2+1)) > 0$

## Exo. n°3 : ( Solution )

1°/  $\ln^2(x) - 5\ln(x) + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ t = \ln(x) \\ t^2 - 5t + 6 > 0 \end{cases}$  ; 2 et 3 sont les racines de l'équation :

$$t^2 - 5t + 6 = 0 \text{ donc } t^2 - 5t + 6 = (t-2)(t-3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ t = \ln(x) \\ (t-2)(t-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (\ln(x)-2)(\ln(x)-3) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln(x) < 2 \text{ ou } \ln(x) > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < e^2 \\ \text{ou} \\ x > e^3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in ]0, e^2[ \cup ]e^3, +\infty[$$

**Conclusion :**  $S_{\square} = ]0, e^2[ \cup ]e^3, +\infty[$

2°/  $2\ln(x+1) - \ln(x+3) < \ln(-x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+3 > 0 \\ -x+1 > 0 \\ 2\ln(x+1) < \ln(x+3) + \ln(-x+1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > -3 \\ x < 1 \\ \ln[(x+1)^2] < \ln[(x+3)(-x+1)] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ (x+1)^2 < (x+3)(-x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x^2 + 2x - 1 < 0 \end{cases}$$

Les racines du trinôme  $x^2 + 2x - 1$  sont  $-1 + \sqrt{2}$  et  $-1 - \sqrt{2}$ .

x	$-\infty$	$-1 - \sqrt{2}$	$-1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
$x^2 + 2x - 1$	+	0	-	0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x^2 + 2x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \text{et} \\ -1 - \sqrt{2} < x < -1 + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < -1 + \sqrt{2}$$

**Conclusion :**  $S_{\square} = ]-1, -1 + \sqrt{2}[$

3°/  $2\text{Log}(x) \leq \text{Log}(3) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln(x^2) < \ln(3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{3}$

**Conclusion :**  $S_{\square} = ]0, \sqrt{3}[$

4°/  $1 - \ln(-x+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+2 > 0 \\ \ln(e) - \ln(x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ \ln(e) > \ln(-x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ e < -x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x < 2 - e \end{cases}$

**Conclusion :**  $S_{\square} = ]-\infty, 2 - e[$

FATNASSI BECHIR

$$5/ \ln\left(\frac{3x+1}{x+2}\right) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x+1}{x+2} > 0 \\ \frac{3x+1}{x+2} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \text{ ou } x > -\frac{1}{3} \\ \frac{3x+1}{x+2} - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \text{ ou } x > -\frac{1}{3} \\ \frac{2x-1}{x+2} < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \text{ ou } x > -\frac{1}{3} \\ -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left] -\frac{1}{3}; \frac{1}{2} \right[$$

**Conclusion :**  $S_{\square} = \left] -\frac{1}{3}; \frac{1}{2} \right[$

$$6/ \ln(\ln(x^2+1)) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1 > 0 \\ \ln(x^2+1) > 0 \\ \ln(x^2+1) > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1 > 1 \\ x^2+1 > e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 0 \\ x^2 > e-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x < -\sqrt{e-1} \text{ ou } x > \sqrt{e-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left] -\infty, -\sqrt{e-1} \right[ \cup \left] \sqrt{e-1}, +\infty \right[$$

**Conclusion :**  $S_{\square} = \left] -\infty, -\sqrt{e-1} \right[ \cup \left] \sqrt{e-1}, +\infty \right[$

**Prof. Mr. FATNASSI BECHIR**

**LYCEE SECONDAIRE DE KORBA**

**FATNASSI BECHIR**