Lycée Ibn Elhaythem Matmata Nouvelle	Epreuve : *Mathématiques*	
DEVOIR DE CONTROLE N°2	Prof : Kayel .M	
20/02/2024	Durée : 2 heures	$3^{\text{éme}}M$

Exercice N°1 (5pts)

Les deux questions sont indépendantes

1/ Résoudre dans $\mathbb{C}$: $Z^2-4iZ+7=0$ et $Z-2\bar{Z}=1+9i$

2/montrer par récurrence que

- $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$ on a $S_n=\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Exercice N°1(7pts)

Le plan complexe est rapporte a un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{u}\,;\,\vec{v})$.

on désigne par A ; B et C les points d'affixes respectives

$$Z_A=1+i\sqrt{3}\ \ ;\ \ Z_B=2i\ \ et\ \ Z_C=\frac{1}{2}+i\,\frac{2+\sqrt{3}}{2}$$

1/ a) donner la forme trigonométrique Z_A et Z_B

b) vérifier que A et B sont situes sur un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 2

2/ a) vérifier que C est le milieu de [AB]

b) construire les points A ; B et C sur l'annexe1

3/ a) montrer que la demi-droite [OC) est la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{OA}\,;\,\overrightarrow{OB})$

b) donner un argument de $\frac{Z_B}{Z_A}$

4/ a) en déduire que $\frac{5\pi}{12}$ est un argument de Z_C et que $Z_C=\left[\sqrt{2+\sqrt{3}}\ ;\ \frac{5\pi}{12}\right]$

b) donner alors les valeurs exactes de cos ($\frac{5\pi}{12}$) et de sin ($\frac{5\pi}{12}$)

5/ soit M un point d'affixe Z. déterminer l'ensemble des points M suivants

- $\left|Z-1-i\sqrt{3}\right|=|1-i|$
- $\left|Z-1-i\sqrt{3}\right|=|Z-2i|$

Exercice N°2 (8pts)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2-5x+7}{x-2}$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormée $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

1/a) Déterminer les réels a ; b et c tel que $f(x)= a x +b + \frac{c}{x-2}$

b) Montrer que f est dérivable sur $IR\setminus\{2\}$ et que $f'(x)= \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$

c) Dresser le tableau des variations de f sur $IR\setminus\{2\}$

2/ a) Montrer que la courbe de f admet deux asymptotes que l'on précisera

b) Montrer que le point A(2 ;-1) est un centre de symétrie de la courbe (C_f)

3/ on a tracé la courbe de f sur $[1\ ;+\infty[\ \setminus\{2\}$ sur l'annexe 2

compléter le Traçage (C_f) ainsi les deux asymptotes

4/ Utiliser la courbe de f pour discuter suivant les valeurs de m ; le nombre des solutions dans IR de l'équation $x^2-(5+m)x+2m+7 = 0$

5/ Soit g la fonction définie par : $g(x) = |x-1| + \frac{1}{|x-1|-1} - 2$. On désigne par (C_g) la courbe représentative de g dans un repère orthonormée $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

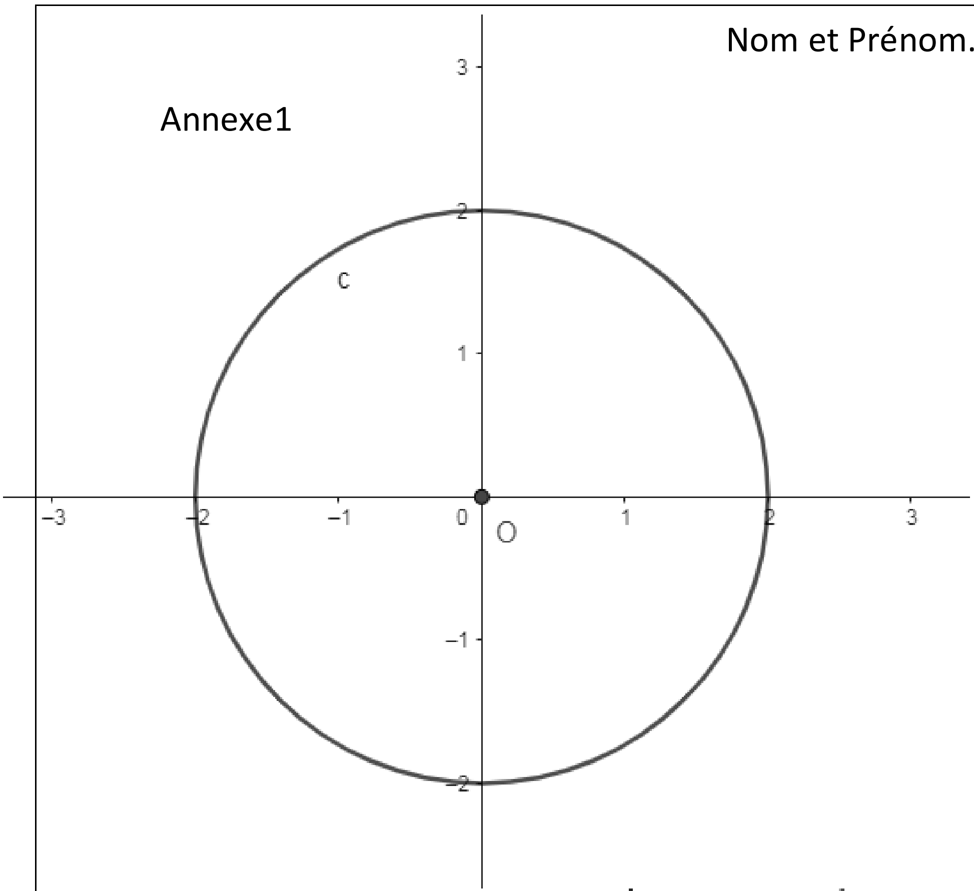
a) Montrer que la droite : x = 1 est un axe de symétrie de la courbe de g
b) Expliquer comment se construit la courbe (C_g) a partir de la courbe (C_f)

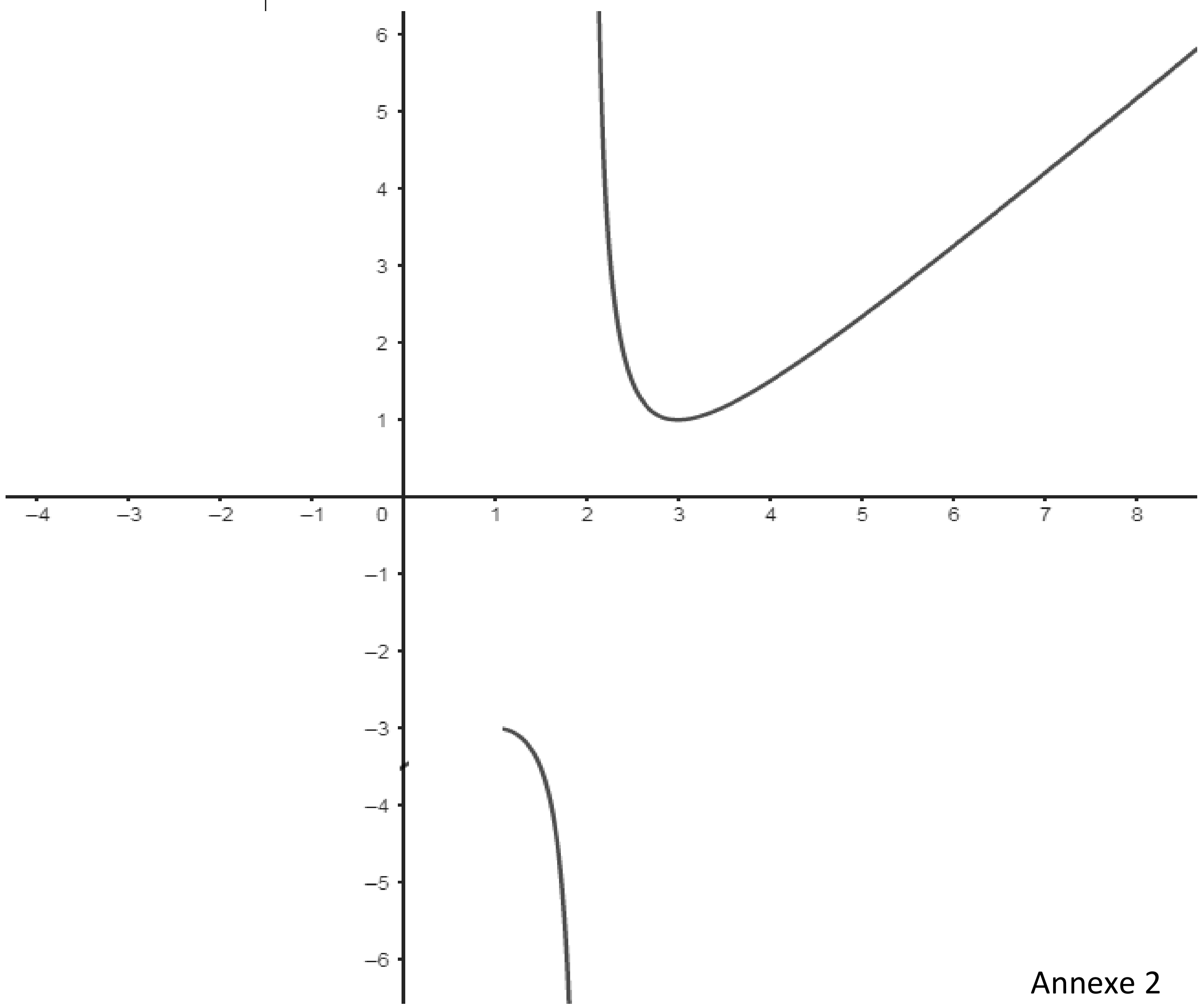
6/a) Tracer (C_g) dans le même repère avec (C_f) (annexe2)

b) En déduire le tableau de variation de g

Nom et Prénom……………………………………………

Annexe1





Annexe 2