Exercice n°3 (7 Points)

Dans la figure ci dessous ABC un triangle

- I le projeté orthogonal de C sur [AB].
- La parallèle à (AC) issue de I coupe [BC] en M
- La parallèle à (AB) issue de M coupe [AC] en J. (Voir figure).

1°/a) Montrer que $\frac{AI}{AB} = \frac{CM}{CB}$

b) Montrer que $\frac{AI}{AB} + \frac{AJ}{AC} = 1$

2°/ Le cercle de diamètre [BJ] recoupe [AB] en H et [AC] en D.

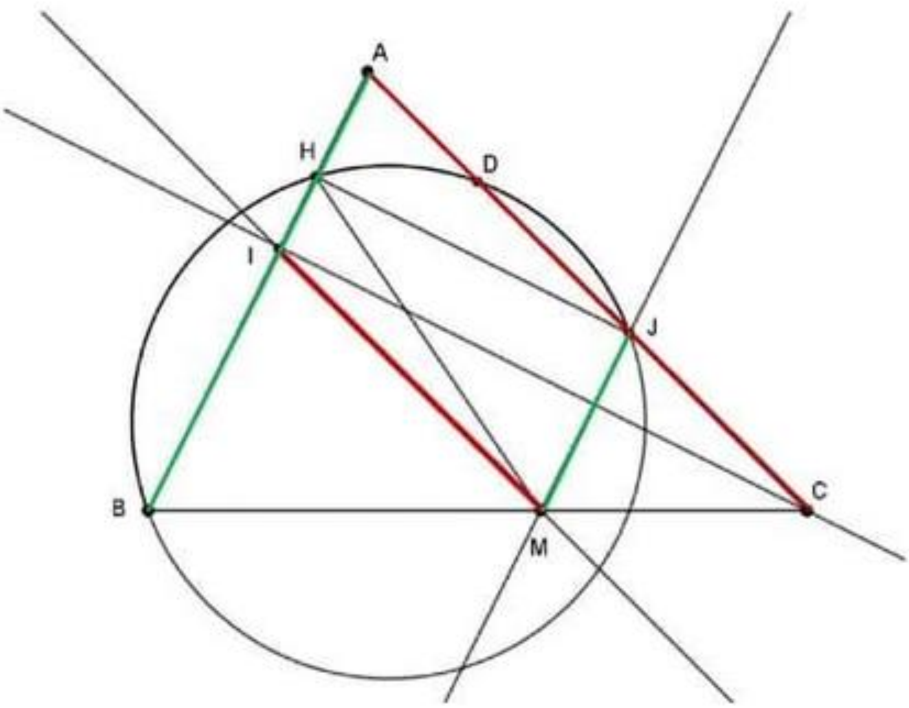
a) Montrer que $\frac{AH}{AI} = \frac{AJ}{AC}$

b) En déduire que $AH \times AB = IA \times IB$

3°/ Les droites (BD) et (CI) se coupent en E. La droite (AE) coupe [BC] en K

et soit P le point de [CK] tel que $\frac{CP}{CK} = \frac{CM}{CB}$

Montrer que P est le projeté orthogonal de J sur (BC).



Lycée Pilote Kebili	Epreuve : Mathématiques
Professeur : M^r^ Ammar Bouajla	Devoir de synthèse N° 1
Date : 12/12/2023	Classe : $1^{ère}$ S_{1et2} Durée : 1h30mn

Exercice n°1 (4,25 Points)

Les questions 1,2,3 et 4 sont indépendantes

1°/a) Vérifier que pour tous réels distincts a et b ; $\frac{1}{ab}=\frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

b) En déduire le réel x tel que $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}+\frac{1}{143}+\frac{1}{195}=\frac{28}{x}$

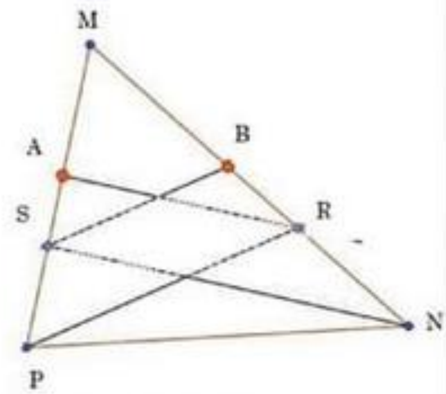
2°/ On donne le réel , $\frac{1}{A}=\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{15}+\sqrt{35}+\sqrt{21}+5}$. Montrer que $A=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$

3°/ Soit x et y deux réels tels que $\begin{cases} x-y=8 \\ x.y=65 \end{cases}$ Déterminer x^3-y^3

4°/Dans la figure ci contre MNP un triangle,

et R, S, A et B quatre points tel que:

* R et B deux points du [MN],
* A et S deux points du [MP],
* (PR) // (BS) et (AR) // (NS)



Montrer que les droites (AB) et (PN) sont parallèles

Exercice n°2 (8,75 Points) **Les parties I et II sont indépendantes**

I. Soit x et y deux réels strictement positifs tels que $x+y=1$

1°/a) Développer $2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

b) Montrer que $x^2+y^2\geq\frac{1}{2}$ et $x.y\leq\frac{1}{4}$

c) En déduire que $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2\geq\frac{25}{2}$

2°/ Montrer que alors que $\left(\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x}+1\right)^2+\left(\frac{y}{x+y}+\frac{x}{y}+1\right)^2\geq\frac{25}{2}$

II. On donne $A=x^3-6x^2+12x-35$ et $B=x^3-125-3x(x-5)$, où x est un réel.

1°/a) Montrer que $A=(x-2)^3-27$.

b) Factoriser, alors, A.

2°/ Factoriser B.

3°/a) Montrer que $A-B=-3(x-5)(x+6)$.

b) Comparer alors A et B sachant que $x\in[-6,5]$.