

Nom :prénom :

Exercice N°1 : (4points) 10min

1. Montrer que le produit de 5 entiers consécutifs est divisible par 120.
2. Pour tout n entier naturel, Montrer que 6 divise $n^5 - n$
3. Montrer que pour tout entier n naturel, les entiers $2n^2+10n+13$ et $n+3$ sont premiers entre eux.
- 4 Simplifie $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{112n^{911}+\sqrt{112n^{911}+1}}}$ avec n entier naturel

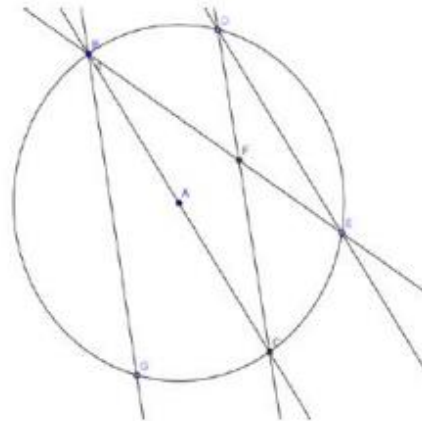
Exercice N°2 : (6points) 10min

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 5,
on considère les deux entiers $a = n^3 - n^2 - 12n$ et $b = 2n^2 - 7n - 4$.

- 1) Montrer que a et b sont divisibles par $n - 4$.
- 2) On pose $\alpha = 2n + 1$ et $\beta = n + 3$ et on note d le PGCD de α et β .
 - a) Etablir une relation entre α et β indépendante de n .
 - b) Démontrer que d est un diviseur de 5.
 - c) Démontrer que α et β sont divisibles par 5 si et seulement si $n - 2$ est divisible par 5.
- 3) Montrer que $2n + 1$ et n sont premiers entre eux.
- 4) Discuter en fonction de n du PGCD de a et b .
- 5) Vérifier vos résultats pour $n = 6$ et $n = 7$.

Exercice N°3 : (4points) 5min

Dans la figure ci-contre on a tracé un cercle (C) de centre A et de diamètre [BC] et D est un point de (C). La parallèle à (BC) passant par D coupe (C) en E. (DC) et (ED) se coupent en F.



- 1) Quelle est la nature du triangle DBC ? Justifier.
- 2) a) Montrer que $\widehat{DCB} = \widehat{DEB}$ et $\widehat{EBC} = \widehat{DEB}$.
b) En déduire la nature du triangle FBC.
- 3) soit G un point de (C) tel que [DC] est la bissectrice de l'angle \widehat{EBG} .
Montrer que les droites (BG) et (DC) sont parallèles

Exercice N°4 : (6points) 20min

Julie trace un quadrilatère $ABCD$ inscrit dans un cercle de centre O . Elle construit le symétrique A' du point A par rapport à la bissectrice de l'angle \widehat{CBD} . Elle construit aussi le symétrique B' du point B par rapport à la bissectrice de l'angle \widehat{CAD} . Comme Julie s'est arrangée pour que les points A, B et O ne soient pas alignés, les droites $A'B$ et AB' se coupent en un point qu'elle appelle E . Aidez Julie à démontrer que les droites OE et CD se coupent perpendiculairement.

