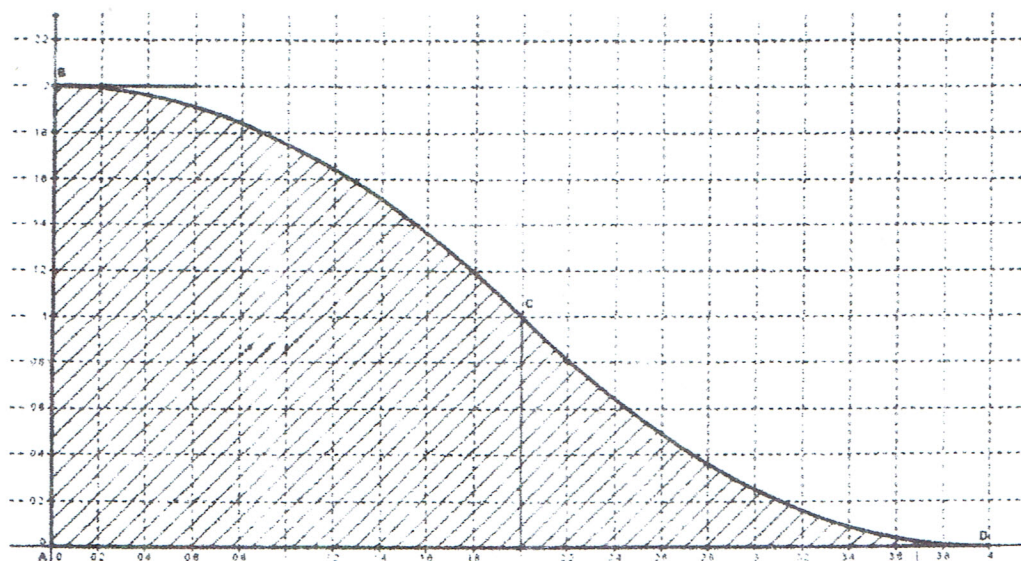


A/S 2022/2023

Durée 2h

Mr Y.Boullila

EXERCICE 1

On admet que la courbe représentée dans le graphique ci-dessus est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c, d sont quatre nombres réels.

- Par lecture graphique, indiquer les valeurs de $f(0), f(2), f(4)$ et $f'(0)$.
- En déduire les valeurs de c et d .
- Justifier que a et b sont solutions du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 8a + 4b = -1 \\ 32a + 8b = -1 \end{cases}$$
- En déduire l'expression de $f(x)$.

EXERCICE 2

Dans une entreprise, le salaire mensuel des employés est de 1 408 €, celui des techniciens le double et celui des cadres 4 224 €. La masse salariale mensuelle de cette entreprise s'élève à 76 032 € pour un salaire mensuel moyen de 1 728 €.

Pour des raisons économiques, la direction doit diminuer la masse salariale de 2%. Cette diminution se répartit alors de la façon suivante : une baisse de 1% sur le salaire des employés, de 3% sur le salaire des techniciens et de 6% sur le salaire des cadres.

On désigne respectivement par a le nombre d'employés, b le nombre de techniciens, c le nombre de cadres.

- Traduire les données précédentes par 3 égalités vérifiées par les entiers a, b et c .
- Sachant que le triplet (a, b, c) est solution du système suivant, d'inconnues X, Y et Z :

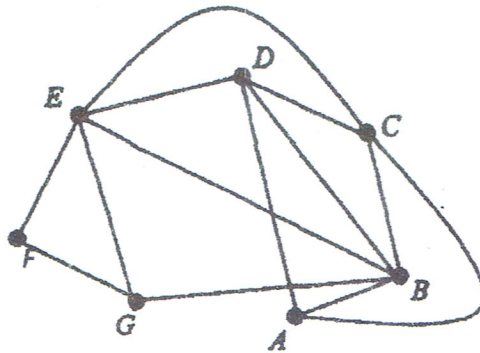
$$\begin{cases} X + Y + Z = 44 \\ X + 2Y + 3Z = 54 \\ X + 6Y + 18Z = 108 \end{cases}$$

résoudre ce système et en déduire l'effectif de chaque catégorie de salariés.

EXERCICE 3

Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, notées A, B, C, D, E, F et G .

Cela conduit au graphe G suivant, dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes :



1. Le graphe G est-il complet ? Quel est l'ordre de G ?
2. a. Sur les cartes d'embarquement, la compagnie attribue à chaque aéroport une couleur, de sorte que deux aéroports liés par un vol direct aient des couleurs différentes.
Proposer un coloriage adapté à cette condition.
b. Que peut-on en déduire sur le nombre chromatique de G ?
3. a. Quelle est la nature du sous graphe formé par les sommets A, B, C et D ?
b. Quel est le nombre minimal de couleurs que la compagnie doit utiliser pour pouvoir attribuer une couleur à chaque aéroport en respectant les conditions du 2. ?
5. a. Pourquoi est-il impossible pour un voyageur de construire un itinéraire qui utilise chaque liaison aérienne une et une seule fois ?
b. Montrer qu'il est possible de construire un tel itinéraire en ajoutant une seule liaison qui n'existe pas déjà et que l'on précisera.

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur $]-1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - 8x + 7}{x + 1}$. Sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan, notée C_f , est donnée en annexe ci-dessous à titre indicatif.

1. a. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$. En déduire l'existence d'une asymptote pour la courbe C_f .
b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
c. Montrer que la courbe C_f admet une deuxième asymptote d'équation $y = x - 9$.
2. On note f' la dérivée de la fonction f .
a. Calculer $f'(x)$.
b. Étudier le signe de $f'(x)$.
c. Donner le tableau des variations de f . (Faire figurer les limites obtenues, ainsi que les valeurs des extremums de f)
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
4. Tracer sur le graphique donné en annexe, les asymptotes à la courbe C_f ainsi que la tangente T .

