Devoir de synthèse N° 3

Exercice N° 1: (QCM)(3 pts)

Pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est exacte, l'indiquer par sa lettre correspondante a), b) ou c). Aucune justification n'est demandée.

1/ On donne dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace le plan P : $2x - y + z + 1 = 0$.

Le vecteur $\vec{u} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$:

a) est un vecteur normal de P b) est un vecteur de P c) n'est ni normal de P ni vecteur de P

2/ On donne dans un repère orthonormé de l'espace les plans P : $2x - y + z + 1 = 0$ et Q : $-x + 2z - 4 = 0$

a) P ∥ Q b) P ⊥ Q c) P et Q sécants et non perpendiculaires

3/ A et B sont deux évènements tels que $p(A) = \frac{3}{4}$, $p(B) = \frac{2}{5}$ et $p(A \cap B) = \frac{3}{10}$ alors $p(A \cup B) =$

a) $\frac{17}{20}$ b) $\frac{15}{20}$ c) $\frac{13}{20}$

4/ La probabilité de répondre correctement aux QCM de ce même exercice, si on suppose qu'on répond au hasard et que les réponses sont équiprobables, est égale à :

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{4}{81}$ c) $\frac{1}{81}$

Exercice N° 2: (6 pts)

Un sac contient cinq jetons blancs et quatre jetons noirs.

A/ On prend simultanément 3 jetons du sac.

1/ Quel est le nombre de tirages possibles ?

2/ Quel est le nombre de tirages comprenant :

a) Aucun jeton noir.

b) Un jeton noir et un seulement.

c) Au moins deux jetons blancs.

B/ On tire successivement et sans remise trois jetons du sac.

1/ Quel est le nombre de tirages possibles ?

2/ Quel est le nombre de tirages comprenant :

a) Un jeton noir et deux jetons blancs dans cet ordre.

b) Un jeton noir et deux jetons blancs dans un ordre quelconque.

c) Au moins deux jetons blancs.

C/ On tire successivement et avec remise trois jetons du sac.

Répondre aux mêmes questions posées dans **B/**

Exercice N° 3: (6 pts):

Soit U la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1 + 2U_n}{2 + U_n} \end{cases}$

1/ Calculer U_1 et U_2 . En déduire que U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2/ Sur la feuille fournie avec le sujet, on a tracé la courbe représentative de la fonction f définie par :

$f(x) = \dfrac{1 + 2x}{2 + x}$ pour $x \geq 0$, et la droite Δ : $y = x$.

a) Représenter sur l'axe des abscisses les quatre premiers termes de la suite U.

b) A partir du graphique, que peut-on conjecturer sur la limite de U, et sur sa monotonie ?

3/ a) Montrer par récurrence que : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq U_n \leq 1$

b) Calculer $U_{n+1} - U_n$, en déduire le sens de variation de la suite U.

4/ On considère la suite V définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 1}$

a) Montrer que V est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme V_0

b) Exprimer V_n en fonction de n, puis déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$

c) Exprimer U_n en fonction de n.

d) Déterminer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

Exercice N° 4: (5 pts)

Dans un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace on donne le point A(2, -1, 1).

1/ a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite D passant par A et dont un vecteur directeur est $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$. (On appellera "$\alpha$" le paramètre)

b) On donne le système : (S) $\begin{cases} 2x + y - 7 = 0 \\ x + z - 5 = 0 \end{cases}$. Vérifier que (S) est une représentation cartésienne d'une droite de l'espace. (On l'appellera Δ)

c) Déterminer une représentation paramétrique de Δ. (On posera x = t)

d) Les droites D et Δ sont-elles parallèles ? Sont-elles sécantes ? Conclure.

2/ a) Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par le point B(2, 1, 1) et dont deux vecteurs directeurs sont $\vec{w} = \vec{i} - 2\vec{k}$ et $\vec{s} = \vec{j} + \vec{k}$.

b) Dans la suite, on prendra P : $2x - y + z - 4 = 0$. Montrer que Δ est sécante à P.

c) Calculer les coordonnées du point I d'intersection de P et Δ.

3/ Donner une équation cartésienne du plan Q passant par A et parallèle à P.

Nom & prénom : ....