

Lycée Salem ben Hmida Akouda	Devoir de contrôle n°2 30/1/2023	4 <sup>ème</sup> éco 2 Durée 1h30mn
Prof: Zaak Brahim Sedki		

Exercice n°1 :(8pts)

A) Soit la fonction  $g$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = \ln x - 1$

- 1) Calculer  $g'(x)$  et dresser le tableau des variations de  $g$
- 2) Calculer  $g(e)$ , en déduire le signe de  $g$

B) Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0, +\infty[$  par :

$$f(x) = x \ln x - 2x \text{ si } x > 0 \text{ et } f(0) = 0$$

On désigne par  $C_f$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Montrer que  $f$  est continue à droite en 0
- 2) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat obtenu
- 3) Calculer  $f'(x)$  et dresser le tableau des variations de  $f$
- 4) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et interpréter graphiquement le résultat obtenu
- 5) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans l'intervalle  $[e, +\infty[$  une seule solution  $\alpha$  et que  $7,3 < \alpha < 7,4$
- 6) Ecrire l'équation de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point d'abscisse 1
- 7) Construire  $C_f$  et  $T$
- 8) Montrer que  $\alpha = e^2$
- 9) Déterminer  $G$  la primitive de  $g$  sur  $]0, +\infty[$  qui s'annule en  $e$

Exercice n°2 :(5pts)

1) Calculer en justifiant :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3(\ln x)^2 - 5 \ln x$     b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} + \ln x$     c)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \ln(-2x + 6)$     d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{xe - 3}{x}\right)$

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de  $f$  sur  $I$

a)  $f(x) = \frac{2x+8}{x^2+8x+3}$ ,  $I = [0, +\infty[$

b)  $f(x) = \frac{3(\ln x)^2}{x}$ ,  $I = ]0, +\infty[$

3) Dans chacun des cas suivants, déterminer le domaine de dérivabilité de la fonction  $f$  puis calculer  $f'$  sa fonction dérivée

a)  $f(x) = \sqrt{\ln x}$

b)  $f(x) = \ln \left( \frac{x-1}{x} \right)$

Exercice n°3 :(7pts)

Tous les résultats numériques de cet exercice seront arrondis à  $10^{-2}$  près

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la facture de gaz (en milliers de dinars) d'une entreprise pour les années 2012 à 2018

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année $X$	0	1	2	3	4	5	6
Montant de la facture de gaz $Y$	100	105	115	130	150	180	260

1) Représenter le nuage des points de la série statistique  $(X, Y)$  dans un repère orthogonal

2) Calculer  $\bar{X}, \bar{Y}, \sigma(X), \sigma(Y)$  et  $cov(X, Y)$

3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Y$

4) On pose  $Z = \ln Y$ , on obtient alors le tableau suivant :

Rang de l'année $X$	0	1	2	3	4	5	6
$Z = \ln Y$	4,61	4,65	4,74	4,87	5,01	5,19	5,56

a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Z$  et interpréter

b) Ecrire l'équation de la droite de régression de  $Z$  en  $X$  par la méthode des moindres carrés

c) En déduire que  $Y = 90,02 e^{0,15X}$

d) Déterminer en utilisant le modèle exponentiel une estimation sur le montant de la facture de gaz pour l'année 2023

e) En quelle année le montant de la facture de gaz dépassera un million de dinars ?