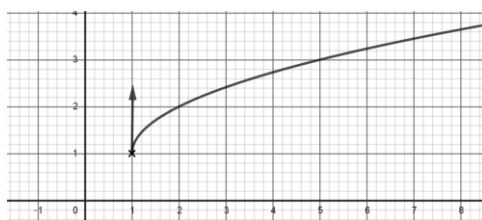


**Exercice n° 1:****(03 points)**Indiquer sur la **feuille Annexe** la lettre correspondant à la réponse choisie. $4 \times (0.75)$ 1) Le module du nombre complexe  $1 + e^{i\frac{2\pi}{3}}$  est égale à :

a) 2

b) 3

c) 1

2) Le nombre complexe  $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{18}}$  est une racine sixième de :a)  $8e^{i\frac{\pi}{3}}$ b)  $8e^{i\frac{\pi}{6}}$ c)  $6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$ 3) Soit  $h(x) = \sqrt{x-1} + 1$  la bijection de  $[1, +\infty[$  sur  $[1, +\infty[$  et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative

alors :

a)  $(h^{-1})'_d(1) = 1$ b)  $(h^{-1})(1) = 0$ c)  $(h^{-1})'_d(1) = 0$ 4) La courbe représentative de la fonction  $x \mapsto \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1$  admet un point d'inflexion d'abscissea)  $x = -1$ b)  $x = 0$ c)  $x = 1$ **Exercice n° 2:****(07 points)**Soit la fonction  $f$  définie sur  $]1, 3]$  par  $f(x) = \frac{\sqrt{3x-x^2}}{x-1}$ On désigne par  $\zeta_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  et interpréter graphiquement ce résultat (0.75)2) Etudier la dérivabilité de  $f$  à gauche en 3 et interpréter graphiquement ce résultat (1)3) a) Justifier la dérivabilité de  $f$  sur  $]1, 3[$  et montrer que  $f'(x) = \frac{-3-x}{2(x-1)^2\sqrt{3x-x^2}}$  (0.5)b) Dresser le tableau de variation de  $f$  (0.5)

- 4) a) Montrer que  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur  $J$  que l'on précisera (0.5)  
 b) Vérifier que  $f^{-1}$  est dérivable à droite en 0 et déterminer  $(f^{-1})'_d(0)$  (0.5)  
 c) Dresser le tableau de variation de  $f^{-1}$  sur  $J$  (0.5)  
 d) Expliciter  $f^{-1}(x)$  pour tout  $x \in J$  (0.5)
- 5) Montrer que l'équation  $f(x) = x$  admet une solution unique  $\alpha \in ]1,3]$  et que  $1.5 < \alpha < 2$  (0.75 + 0.25)
- 6) Sur la **feuille annexe** on trace la courbe  $\zeta_f$ .  
 a) Soit  $A(3;0)$  et  $B(1,5;3)$  deux points de  $\zeta_f$ .  
 Montrer qu'il existe au moins une tangente  $T // (AB)$  au point d'abscisse  $c \in ]1,5;3[$  et calculer  $f'(c)$  (0.75)  
 b) Tracer la courbe  $\zeta_{f^{-1}}$  sur la **feuille annexe** en précisant l'asymptote et la tangente (0.5)

### **Exercice n° 3:**

**(05 points)**

- 1) Soit dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E): z^2 - 2(1+i\sqrt{3})z + 4(-1+i\sqrt{3}) = 0$  et on note  $z_1$  et  $z_2$  les deux solutions de l'équation  $(E)$   
 a) Ecrire  $z_1, z_2$  sous forme exponentielle et calculer  $|z_1 + z_2|$  (0.75)  
 b) Vérifier que  $(2\sqrt{3} - 2i)^2 = 8 - 8i\sqrt{3}$  (0.5)  
 c) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E)$  (0.75)
- 2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ . Soit les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixe respective  $z_A = 1 + \sqrt{3} - i(1 - \sqrt{3})$ ;  $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$  et  $z_C = 1 - \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3})$   
 a) Montrer que  $z_C = iz_A$  (0.5)  
 b) En déduire que le triangle  $OAC$  est rectangle et isocèle en  $O$  (0.75)  
 c) Montrer que le quadrilatère  $OABC$  est un carré (0.5)
- 3) a) Montrer que  $z_B = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$  (0.5)  
 b) Construire le point  $B$  puis les points  $A$  et  $C$  sur la **feuille Annexe** (0.75)

### **Exercice n° 4:**

**(05 points)**

- 1) On considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E): z^2 - (3-3i)z + 6-2i = 0$

- a) Vérifier que  $1 + i$  est une solution de l'équation  $(E)$  (0.75)
- b) Trouver l'autre solution de l'équation  $(E)$  (0.5)
- 2) On considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E') : z^3 - (3 - 5i)z^2 - 8iz + 4 + 12i = 0$
- a) Vérifier que l'équation  $(E')$  admet une solution imaginaire pure  $z_0$  (0.75)
- b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E')$  (1)
- 3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  on considère les points  
 $A(2 - 4i)$ ,  $B(4 - 2i)$ ,  $C(-2i)$  et  $D(1 + i)$
- a) Montrer que ABDC est un trapèze de base [AC] et [BD] (0.75)
- b) Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle en A (0.75)
- c) Calculer alors l'aire du trapèze ABDC (0.5)

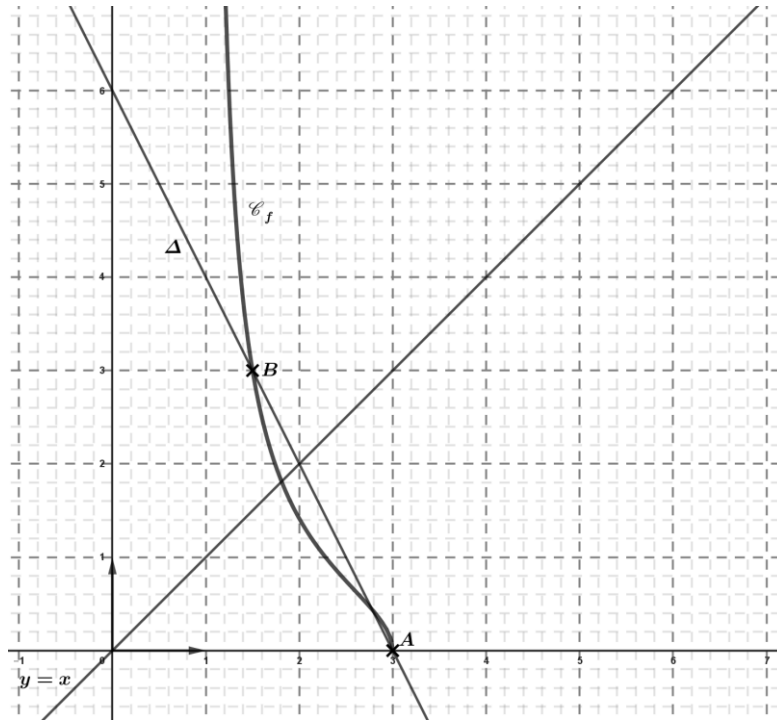
# Annexe

Nom et prénom .....

**Ex 1 :**

1	2	3	4

**Ex 2 :**



**Ex 3:**

