DEVOIR CONTROLE 1.

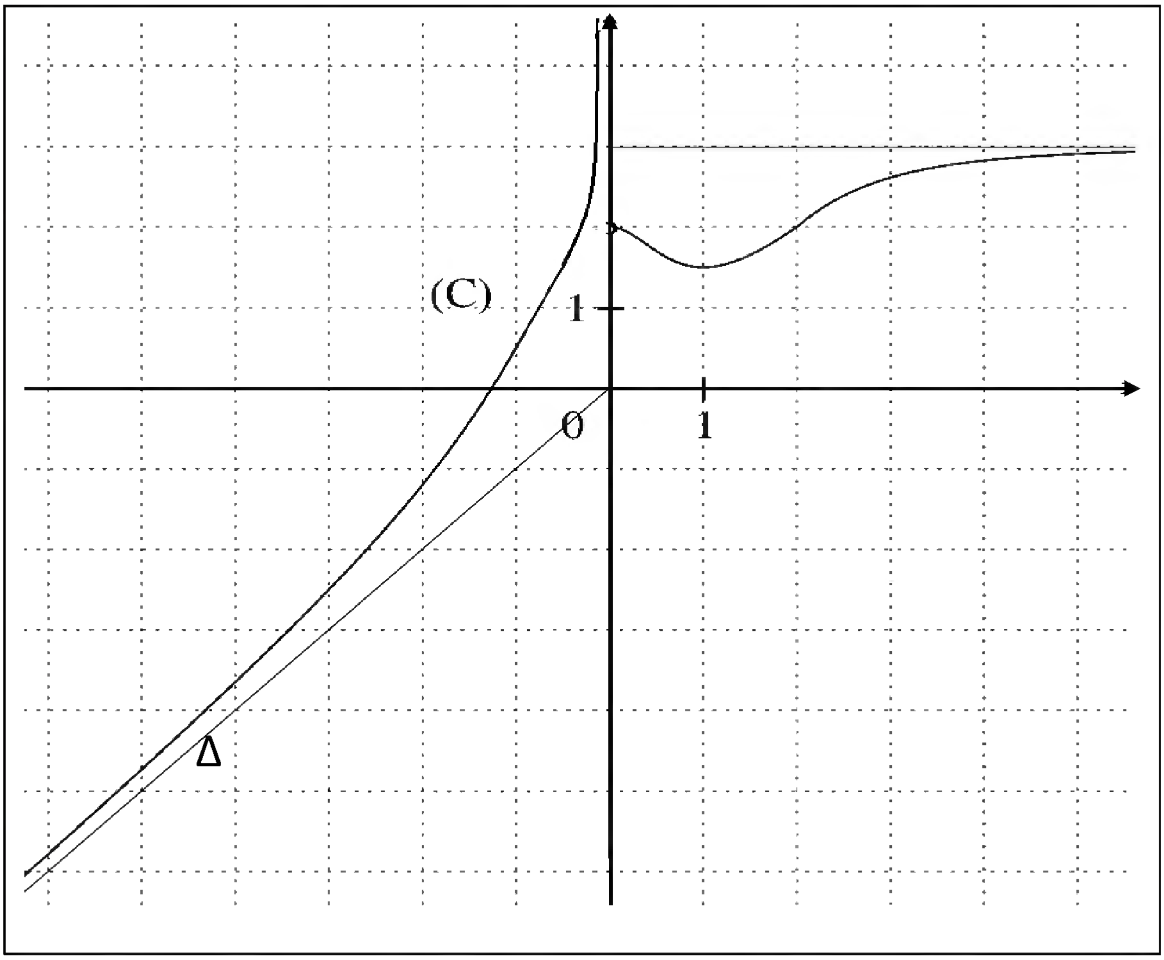
2017/2018

4°sc. T E C H.

SMAALI.

Ex I. 5 PTS.

Dans la figure suivante : (C) est la représentation graphique dans un repère orthonormé (o, i, j) d'une fonction f définie sur un domaine I et admettant, une asymptote Horizontale d'équation $y=3$ au voisinage de $+\infty$; une asymptote verticale d'équation $x=0$ et une asymptote oblique Δ au voisinage de $-\infty$.



A/ REPONDRE par VRAI ou par FAUX, sans aucune justification.

(1). le domaine de définition de f est $I = \mathbb{R}$.

(2). f est continue sur $I \cap [-1, 1]$.

(3). f est croissante sur $]0, +\infty[$.

(4). une équation cartésienne de Δ est $y = x$.

B/ CHOISIR sans justifier, la bonne réponse à chaque proposition.

		a	b	c
1°)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=$	$+\infty$	$-\infty$	3
2°)	$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}=$	$+\infty$	$-\infty$	1
3°)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=$	$+\infty$	1	3
4°)	$\lim\limits_{x\to0^-} \frac{2}{f(x)-2}=$	0	1	3
5°)	$\lim\limits_{x\to0^+} \frac{2}{f(x)-2}=$	0	$+\infty$	$-\infty$
6°)	$f(]-\infty,0[)$	$[2,+\infty[$	$[1,2[$	$]-\infty,+\infty[$

Ex2. 1 PTS.

Indiquer pour chaque proposition, une justification de la seule réponse juste que vous choisissez.

1) Si z est un nombre complexe non nul d'argument $\frac{\pi}{6}$ alors un argument de $(i.\bar{z})$ est :

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $-\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$

2) Une solution de l'équation $2z+\bar{z}=9+i$ est :

a) 3 b) $3-i$ c) $3+i$

3) Le nombre complexe $\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^3$ est égale à :

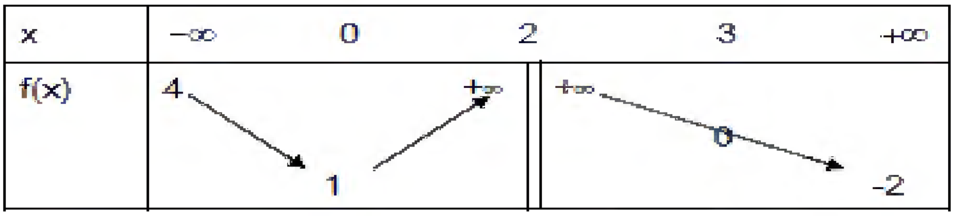
a) $i.\,e^{i\pi/4}$ b) $3.\,e^{i3\pi/4}$ c) $3.\,e^{i\pi/4}$

4) pour $\theta\in]0,\pi[$, on a $(1+e^{2i\theta})$ égale à :

a) $2\cos\theta.\,e^{i\theta}$ b) $2\sin\theta.\,e^{i\theta}$ c) $2\cos\theta.\,e^{-i\theta}$

Ex3. **5 PTS.**

Le tableau de variation suivant est celui d'une fonction f continue et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$



1) Interpréter graphiquement chacune des limites de f en : $-\infty$; $+\infty$; et 2.

2) Montrer que :

l'équation $f(x) = 0{,}5$ admet dans $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ une unique solution.

3) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$

4) Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$

a- Déterminer le domaine de définition de g

b- g est-elle prolongeable par continuité en 2 ?

Ex4. **6 PTS.**

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, u, v), on considère les points $A(-i)$ et $B(i)$

A tout point M du plan distinct de A et d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' défini par : $z' = \dfrac{z - i}{1 - iz}$

1) a - Vérifier que : $z' = \dfrac{i(z - i)}{z + i}$

b - Montrer que : $|z'| = \dfrac{BM}{AM}$

c - Déterminer l'ensemble des points M tel que $|z'| = 1$.

2) a - Montrer que : $|z' - i| . |z + i| = 2$.

b - En déduire que si M appartient au cercle (C) de centre A et de rayon 2 ; alors M' appartient à un cercle (C') que l'on déterminera.

3) Déterminer l'ensemble des points M tel que z' soit réel.

4) Déterminer les affixes des points N de la droite (O, u) pour que le Triangle ABN soit équilatéral.