Epreuve Mathématiques Lycée sbeitla

DEVOIR DU CONTROLE N°3

$4^{ième}$ SC.EXP.2

Professeur Bellili Mongi 09 - 03 - 2018

EXERCICE N°1 **09 pts**

I°) *Pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$ *, on pose :* $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^2}dx$ *et* $I_0 = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$

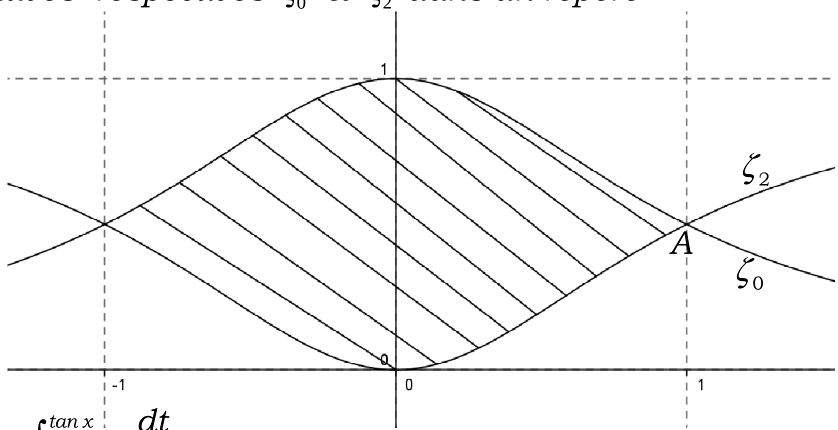
a- *Etudier la monotonie de la suite* (I_n)

b- *Montrer pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$*, on a :* $0 \le I_n \le \frac{1}{n+1}$

c- *Déduire que* (I_n) *converge vers une limite que l'on précisera.*

II°) *Soit* f_0 *et* f_2 *les fonctions définies sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f_0(x) = \frac{1}{1+x^2}$ *et* $f_2(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$

dont on a tracé les courbes représentatives respectives ζ_0 et ζ_2 *dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$



On pose pour tout $x \in \left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ *;* $F(x) = \int_0^{\tan x} \frac{dt}{1+t^2}$

1°) a- *Montrer que F est dérivable sur* $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ *et calculer* $F'(x)$ *pour tout* $x \in \left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$

b- *Montrer que pour tout* $x \in \left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ *, on a :* $F(x) = x$

c- *Déduire que :* $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{4}$

d- *Vérifier que pour tout réel x on a :* $\frac{x^2}{x^2+1} = 1 - \frac{1}{x^2+1}$

e- *Déduire la valeur de l'intégrale :* $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2}dx$

f- *Calculer alors l'aire* $\mathcal{A}$ *de la partie du plan limitée par les courbes* ζ_0 et ζ_2

2°) *A l'aide d'une intégration par parties, calculer le volume* $\mathcal{V}$ *de solide de révolution obtenu par la rotation de l'arc* $\widehat{OA} = \{M(x,y)$ *tel que* $y = f_2(x)$ *et* $0 \le x \le 1\}$ *de* ζ_2 *autour de l'axe des abscisses*

EXERCICE N°2 **06 pts** *L'espace est munie d'un repère orthonormé* $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1°) *Soit S l'ensemble des points* $M(x,y,z)$ *vérifiant :* $x^2+y^2+z^2-4x+4y-1=0$

Montrer que S est la sphère de centre $I(2,-2,0)$ *et de rayon* $R=3$

2°) *On considère le plan P dont une équation cartésienne est :* $2x-2y+z-5=0$

a- *Donner une équation cartésienne du plan Q parallèle à P et passant par le point* $J(0,3,-1)$

b- *Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle* ζ *dont déterminera les coordonnés du centre H et le rayon r.*

c- *Déterminer :* $Q \cap S$

3°) *On considère les points :* $A(-1,0,1)$; $B(1,2,1)$ *et* $C(0,2,3)$

a- *Montrer que pour tout point* $M(x,y,z)$ *de l'espace on a :*

$(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AM} = 2(2x-2y+z+1)$

b- *Déterminer l'ensemble des points M de la sphère S pour les quels le volume du tétraèdre ABCM est égale à 2.*

EXERCICE N°3 **05 pts**

Une enquête faite sur les élèves d'une classe. Les élèves répondent par oui ou non aux questions suivantes :

- *Aimez vous le cinéma ?*
- *Aimez vous le théâtre ?*

40 °/° des élèves répondent par ***oui*** *pour la premième question et 20 °/° par* ***oui*** *pour deuxième question ce pendant 15 °/° répondent par* ***oui*** *la première et la deuxième questions à la fois.*

On désigne par : C << l'élève aime le cinéma>> et par : T<< l'élève aime le théâtre >>

1°) a- *Les événements C et T sont-ils indépendants ? Justifier.*

b- *Calculer la probabilité pour que l'élève aime le cinéma ou le théâtre .*

c- *Calculer la probabilité pour que l'élève n'aime ni le cinéma, ni le théâtre*

2°) a- *Calculer la probabilité pour que l'élève aime le cinéma et n'aime pas le théâtre .*

b- *Calculer la probabilité pour que l'élève aime le cinéma ou le théâtre mai pas les deux.*

3°) a- *Calculer la probabilité pour que l'élève aime le théâtre sachant qu'il aime le cinéma .*

b- *Calculer la probabilité pour que l'élève aime le cinéma sachant qu'il n'aime pas le théâtre.*