Epreuve Mathématiques Durée: 02 h

DEVOIR DE CONTROLE N°2
4 ième sc.exp

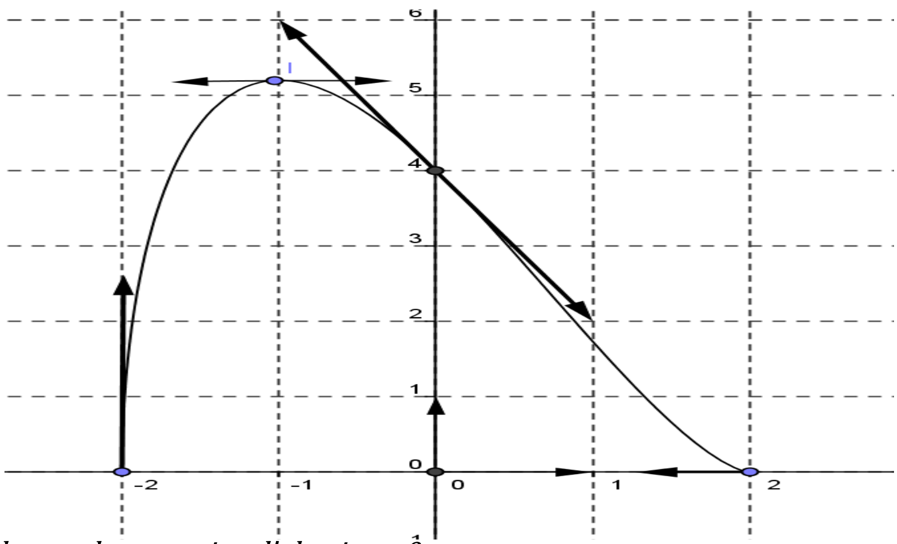
Professeur Bellili Mongi 25 - 11 - 2017

EXERCICE N°1 (05 pts)

On a tracé la courbe d'une fonction f définie sur $\left[-2,2\right]$ *et dérivable sur* $\left]-2,2\right]$

La courbe admet :

- *Une demi-tangente verticale au point de coordonnées* $\left(-2,0\right)$
- *Une tangente horizontale au point de coordonnées* $\left(-1,3\sqrt{3}\right)$
- *Une tangente oblique au point de coordonnées* $\left(0,4\right)$
- *Une tangente demi-tangente horizontale au point de coordonnées* $\left(2,0\right)$



1°) Déterminer graphiquement :

a- $f'(-1)$; $f'(0)$ et $f_g'(2)$

b- $\lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{f(x)}{x+2}$

c- *Une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse* 0

2°) On suppose que f est définie par : $f(x)=\left(2-x\right)\sqrt{4-x^2}$

a- *Etudier la dérivabilité de à droite de* -2 *et à gauche de* 2

b- *Montrer que f est dérivable sur* $\left]-2,2\right[$ *puis calculer* $f'(x)$ *pour tout* $x\in\left]-2,2\right[$

EXERCICE N°2 (06 pts)

Soit la suite $\left(U_n\right)$ *définie sur IN par:* $U_0 = 3$ *et* $U_{n+1} = \dfrac{4U_n-2}{U_n+1}$, $n\in\mathbb{N}$.

1°) a- Montrer que pour tout entier naturel n on a : $U_n \geq 2$.

b- Montrer que la suite $\left(U_n\right)$ *est décroissante .*

c- Déduire que la suite $\left(U_n\right)$ *converge puis calculer sa limite l.*

2°) a- Montrer que pour tout entier naturel n on a : $U_{n+1} - 2 \leq \frac{2}{3}\left(U_n - 2\right)$

b- Déduire que pour tout entier n on a : $U_n - 2 \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$

c- Déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

3°) Pour tout entier naturel non nul, on pose : $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n-1} U_k$

a- Montrer que : $2n \leq S_n \leq 2n + 3\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$

b- Déterminer : $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{S_n}{n}$

EXERCICE N°1 09 pts

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 - \left(1 + i\sqrt{3}\right)z - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$

1°) a- Vérifier que : $\left(3 - i\sqrt{3}\right)^2 = 6 - 6i\sqrt{3}$

b- Résoudre l'équation (E)

2°) On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, les points A, B et C

d'affixes respectives : $a = 2$, $b = -1 + i\sqrt{3}$ et $c = \overline{b}$

a- Mettre b et c sous forme exponentielle

b- Construire alors les points A , B et C

3°) a- Montrer que : $\frac{c}{b-2} = \frac{2}{c-b} = i\frac{\sqrt{3}}{3}$

b- Montrer alors que O est l'orthocentre du triangle ABC

4°) a- Mettre le nombre complexe : $w = e^{-i\frac{\pi}{4}}.b$ sous forme trigonométrique et algébrique.

b- Déduire les valeurs de : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

BON TRAVAIL