DEVOIR SYNTHESE 1.

2016/2017

4°éco. G E S T.

S M A A L I.

EXERCICE N°1.

A. Etude du coût :

Le coût total de la production d'un bien produit par une entreprise en concurrence est donné en milliers de DT par la fonction : $C(x) = 0.1x^2 + 2x + 60$, x étant le nombre de centaines d'unités produites, avec $x \in [5;40]$.

1) Dresser le tableau de variation de cette fonction sur $[5;40]$.

Construire la courbe C représentative de la fonction de coût total dans un repère Orthogonal (1cm pour 5 centaines d'unités en abscisses et 1 cm pour 20 milles DT en ordonnées).

2) Résoudre algébriquement $C(x) > 140$. Donner une interprétation du résultat.

B. Etude de la recette et de bénéfice :

Une étude statistique a permis d'estimer la recette en fonction de la quantité fabriquée x (en centaines d'unités).

Le tableau ci-dessous rend compte de cette étude

Quantité x_i	5	10	15	20	25	30	35	40
Recette y_i (en milliers de DT)	15	90	135	170	190	200	230	240

1- a) Représenter les points $M_i(x_i, y_i)$ dans le repère de la partie A.

b) calculer le coefficient de corrélation de cette série (x_i, y_i).

c) donner une estimation de la recette pour une production de 6000 unités, en utilisant la droite de régression de y en x.

d) en réalité la recette de l'entreprise pour 6000 unités est de 270mille DT.

Cet ajustement est-il convenable ?

2- On décide d'ajuster la recette par une autre fonction. Pour cela, on considère la série (t_i, y_i) où $t_i = 2\sqrt{\sqrt{x_i - 1}} - 1{,}3$

a) produire le tableau donnant y_i en fonction de t_i. (arrondir les t_i à 10^{-2} prés)

b) Déterminer une équation de la droite de régression de y en t par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront donnés à l'unité près).

c) En déduire une relation entre y et x de la forme $Y = a\sqrt{\sqrt{X-1}} + b$.

d) Trouver alors, la recette pour une production de 6000 unités ? conclure.

3- On pose $R(x) = a\sqrt{\sqrt{x-1}} + b$; la fonction R, ainsi définie sur $[5;40]$, modélise la fonction de la recette de l'entreprise pour ce bien.

a) Tracer l'allure de la fonction R.

b) Estimer graphiquement pour quelles quantités produites l'entreprise réalise un profit (Donner un intervalle).

EXERCICE N°2.

A/On considère les matrices A et B définies par

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -20 \\ -3 & -1 & 17 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

1) La matrice A est-elle inversible ? justifier.

2) Calculer la matrice A.B puis déduire la matrice inverse de A.

B/ Une firme internationale utilise trois sous-traitants A, B et C pour la fabrication de calculettes qui lui fournissent par jour :

- A fournit : 100 boîtiers ; 40 claviers et 20 afficheurs.
- B fournit : 100 boîtiers et 20 afficheurs.
- C fournit: 30 boîtiers ; 80 claviers et 10 afficheurs.

Cette firme veut réaliser en toute urgence 1 000 calculettes. Elle a donc besoin de 1 000 boîtiers, 1000 claviers et 1000 afficheurs. On note x, y et z le nombre de jours nécessaires à la fabrication pour chaque sous-traitant

1) Traduire les informations ci-dessus en un système (S) de trois équations à trois inconnues x, y et z.

2) a) Donner l'écriture matricielle du système (S).

b) Résoudre alors le système (S) et en déduire le nombre de jours de fabrication de chaque sous-traitant.

EXERCICE N°3.

Une entreprise estime que le coût total, en milliers de dinars, de production de x tonnes d'objets s'exprime, en fonction de x, par : $C(x) = x^3 - 12x^2 + 60x$.

1- Etudier les variations de la fonction C sur $[0\,;+\infty[$.

Le coût moyen de fabrication est donné par $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ (pour $x > 0$).

2- Quel est le coût moyen de fabrication de 500 kg ?

3- Exprimer $C_M(x)$ en fonction de x, puis étudier les variations de la fonction C_M sur $[0\,;+\infty[$.

On note $C_m(x)$ le coût marginal de x, et on admet que $C_m(x) = C'(x)$.

4- Etudier les variations de la fonction C_m sur $[0\,;+\infty[$.

5- L'entreprise vend sa production à 60 000 dinars la tonne.

On note $B(x)$ le bénéfice réalisé pour la vente de x tonnes.

a- Vérifier que $B(x) = -x^3 + 12x^2$.

b- Etudier les variations de la fonction B.

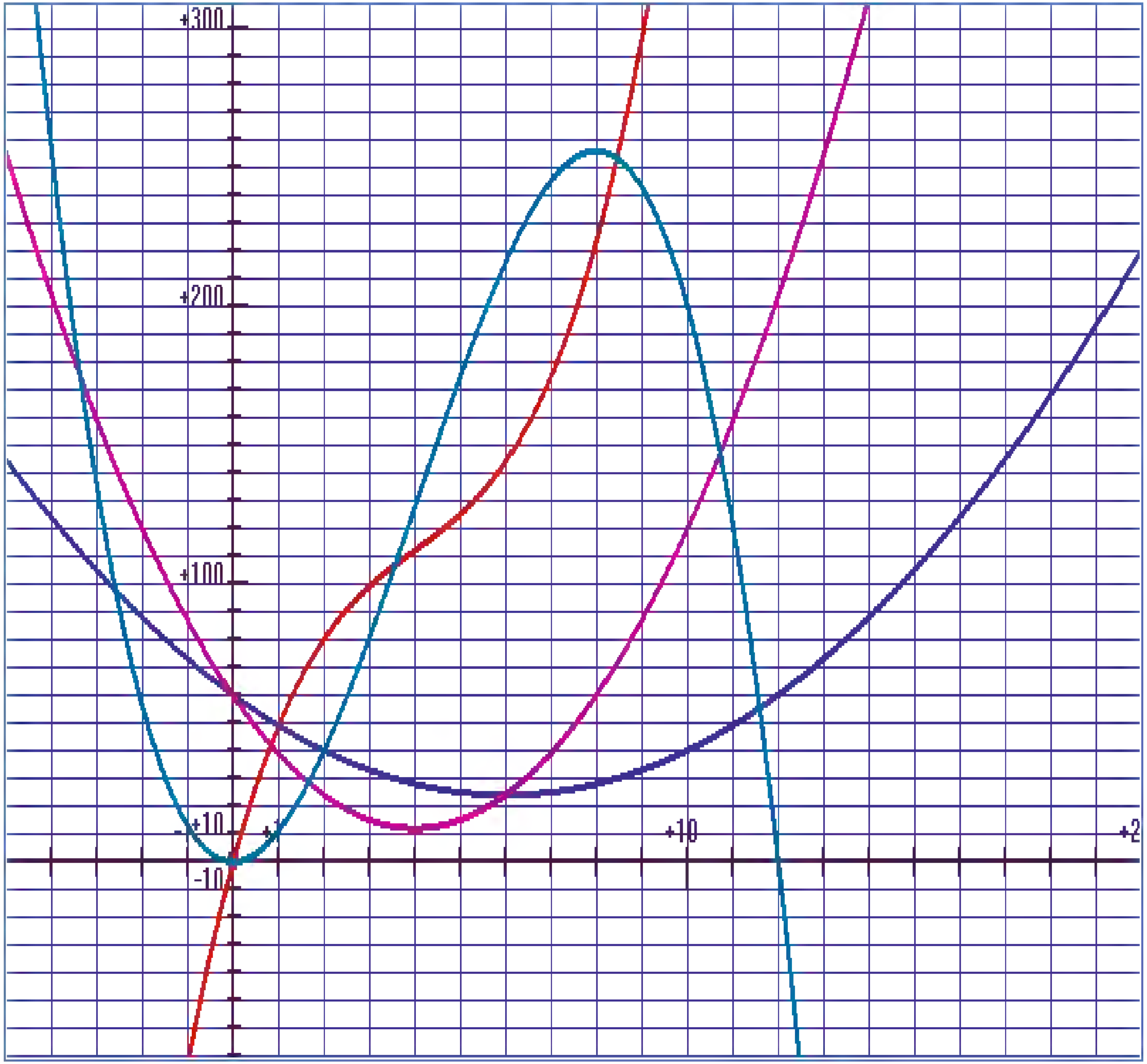
c- Pour quelle valeur de x le bénéfice est-il maximal ? Vérifier alors que, pour cette valeur de x, le coût marginal est égal au prix de vente unitaire.

6- On donne sur le graphique ci- dessous, les courbes représentatives des fonctions C, C_M, C_m et B

a- Identifier chacune de courbes.

b- Déterminer l'abscisse x_0 du point d'intersection des courbes de C_M et C_m.

c- Que représente $C_M(x_0)$ pour la fonction C_M ?


+300
+200
+100
+10
-10
+10
+2