

Feuille à rendre dans la copie

Nom et prénom..... classe.....

## Exercice N° 1 ( 4points)

1. Cocher la réponse exacte sans justification

a- Une variable aléatoire X a pour loi de probabilité :

$X_i$	1	2	4
$P_i = p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Alors l'espérance mathématique est  $E(X) =$   $\begin{cases} \frac{3}{2} & \square \\ 2 & \square \\ \frac{\sqrt{6}}{2} & \square \end{cases}$

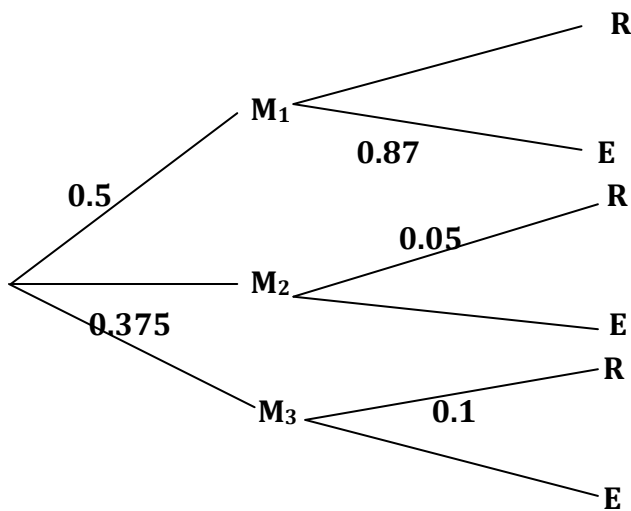
b- La durée de vie X exprimée en années d'une machine suit une loi exponentielle de paramètre = 0,4 . La probabilité que la machine ne tombe pas en panne avant 10 ans

est égal à  $\begin{cases} e^{-4} & \square \\ 1 - 0.4e^{-4} & \square \\ 1 - e^{-4} & \square \end{cases}$

c- Une variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètre  $n = 10$  et  $p = \frac{1}{3}$

alors  $P(X \geq 1) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{10} & \square \\ 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{10} & \square \\ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10} & \square \end{cases}$

2. On donne l'arbre pondéré suivant :



a- compléter l'arbre pondéré  
b- Calculer P (E) et P ( E| M<sub>2</sub>)

.....  
 .....  
 .....  
 .....

## Exercice N° 2 ( 4points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[1, 2]$  par :  $f(x) = x + \frac{1}{2} - \frac{x^2}{4}$

1) a- Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $[1, 2]$

b- Montrer que  $\forall x \in [1, 2]$  on a :  $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

c- Montrer que  $\forall x \in [1, 2]$  on a :  $|f(x) - \sqrt{2}| \leq \frac{1}{2}|x - \sqrt{2}|$

2) Soit la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a- Montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}$  on a :  $1 \leq U_n \leq 2$

b- Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}$  on a :  $|U_{n+1} - \sqrt{2}| \leq \frac{1}{2}|U_n - \sqrt{2}|$

c- En déduire que  $\forall n \in \mathbb{N}$  on a :  $|U_n - \sqrt{2}| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

d- En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

## Exercice N° 3 ( 6points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

On désigne par  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 2cm)

1. a- Vérifier que  $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$

b- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ; interpréter les résultats obtenus.

2. a- Montrer que  $f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$

b- Dresser le tableau de variation de  $f$

c - Ecrire l'équation de la tangente  $(T)$  à  $(\mathcal{C})$  au point d'abscisse 0

3. Tracer  $(T)$  et  $(\mathcal{C})$

4. a- Montrer que :  $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$

b- Calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire  $\mathcal{A}$  du domaine limité par la courbe  $(\mathcal{C})$  et les droites d'équations respectives :  $y = -1$  ;  $x = 0$  et  $x = 1$

## Exercice N° 4 (6points)

Dans un magasin, on vend des chemises de 5 marques locales et 3 marques étrangères.

A// Un client achète 3 chemises ensemble de marques différentes, on suppose que son Choix est au hasard.

1/ Quelle est la probabilité des événements suivants :

A « les 3 chemises sont de marque locales »

B « au moins une de 3 chemises achetées est de marque étrangères ».

2/ On suppose que le client paie 25 dinars la chemise de marque étrangère et 18 dinars la chemise de marque locale. On désigne par X l'aléa numérique qui prend pour valeur la somme payée par le client.

a- Déterminer les valeurs prise par X.

b- Déterminer la loi de probabilité de X

c- Déterminer et représenter la fonction de répartition F de X.

B// 5 clients achètent chacun une chemise. On suppose que les achats sont indépendants.

On désigne par Y l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre de personnes

Qu'on acheté une chemise de marque locale.

a- Déterminer la loi de probabilité de Y .

b- Calculer l'espérance  $E(Y)$  .

**Au revoir à l'université**