Lycée secondaire : Ibnou sina Menzel Bourguiba

Année scolaire :2021/2022

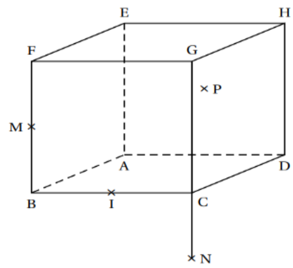
Epreuve : **Mathématiques** (Devoir de synthèse N°2)

Classe : 4 T 2

Prof : Béjaoui

Durée : 3 hs

Exercice N° 1 : (2 pts)



Indiquer la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

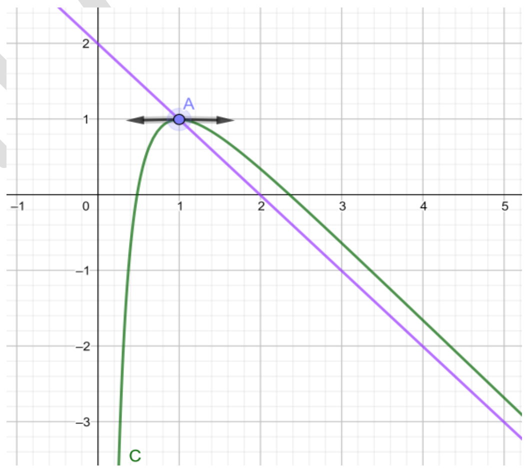
Dans la figure ci-contre ABCDEFGH est un cube d'arête 1 , I=B*C ,

M = B*F , , $\overrightarrow{GN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{GC}$ et P le centre du carré ADHE . On munit l'espace du repère orthonormé (A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$).

1) $\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC}$ est égal à : a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{5}{2}$

2) Le plan (MNP) a pour équation cartésienne :
   a) x +2y -2z + 2 = 0 b) x - 2y +2z + 2 = 0 c) x + 2y +2z - 2 = 0.

Exercice N° 2 : (4 pts)



Dans le graphique ci-contre on a tracé la courbe (C) de La fonction f définie sur] 0 , +∞ [par :

f(x) = a x + b + $\frac{lnx}{x}$; (a , b ∈ IR).

La courbe (C) admet :

*Une asymptote oblique d'équation :y = - x +2 au voisinage de +∞ .

*Une asymptote verticale d'équation : x = 0.

*Une tangente horizontale au point A (1, 1).

1) Par une lecture graphique :

a) Dresser le tableau de variation de f .

b) Déterminer : f(1) , f '(1) , $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) + x$.

c) En déduire les valeurs de a et b.

2) On prend dans toute le suite : f(x) = 2 - x + $\frac{lnx}{x}$.

a) Déterminer F la primitive de f sur] 0 , +∞ [qui s'annule en 1.

b) Dresser le tableau de variation se F.

Exercice N°3 :(7 pts)

A)

On considère la fonction g définie sur] 0 , + ∞ [par : g(x) = x(x -1) + lnx

1) Dresser le tableau de variations de g .
2) Calculer g(1) . En déduire le signe de g(x).

B)

Soit la fonction f définie sur] 0 , + ∞ [par : f(x) = $(x-1)^2 + (lnx)^2$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ,$\vec{i}$, ,$\vec{j}$).

1) a) Calculer : $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus .

2) a) Montrer que pour tout x ∈] 0 , + ∞ [,on a : f ' (x) = $2\frac{g(x)}{x}$.

b) Dresser le tableau de variations de f.

c) Tracer la courbe (C).

C) Soit h la restriction de f sur] 0 , 1].

1) a) Montrer que h est une bijection de] 0 , 1] sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Montrer que l'équation h(x) = x admet une unique solution α dans]0,1].

Vérifier que : 0,5 < α < 0,6 .

2)

a)Etudier la dérivabilité de fonction h^{-1}à droite en 0.

b)Déterminer le domaine de dérivabilité de h^{-1}.

c) Exprimer $(h^{-1})'(\alpha)$ en fonction de α.

d)Tracer la courbe (C ') de la fonction h^{-1} dans le même repère (O ,$\vec{i}$, ,$\vec{j}$).

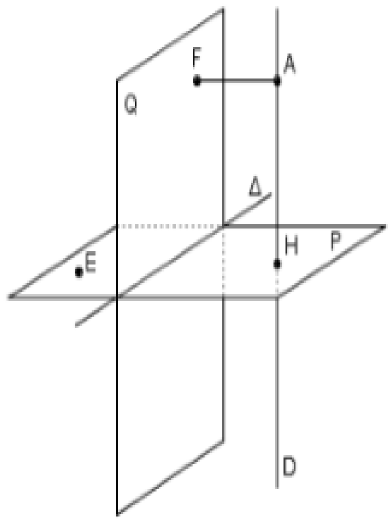
<u>Exercice N°4 : (7 pts)</u>

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère la droite D : $\begin{cases} x = -1 + 2\alpha \\ y = 4 - \alpha \\ z = -1 + \alpha \end{cases}$; ($\alpha \in$ IR)

1) Vérifier que la droite D passe par le point A (1 ,3 ,0) et donner un vecteur directeur de D.

2) Donner une équation cartésienne du plan P passant par le point E(-1 , 1 , -2) et perpendiculaire à la droite D .



3) a) Déterminer les coordonnées du point H

intersection de D et P.

b)En déduire la distance du point A au plan P.

4) Soit le plan Q d'équation : $x - y - 3z + 5 = 0$.

a) Vérifier que les plans P et Q sont perpendiculaires.

b) Donner une représentation paramétrique

de leur droite d' intersection Δ.

5) Calculer la distance d du point A au plan Q.

6) Soit F le projeté orthogonal de A sur le plan Q.

Le Plan (AFH) coupe la droite Δ en K.

a) Déterminer les coordonnées du point F .

b) Calculer la distance AK.

<u>Bon Travail</u>