N.B : La présentation et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice n°01 (3 pts) :

Soit les deux intégrales : $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x}{\cos x+\sin x}dx$ *et* $J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\cos x+\sin x}dx$

1/ *Calculer* $I+J$ et $I-J$.

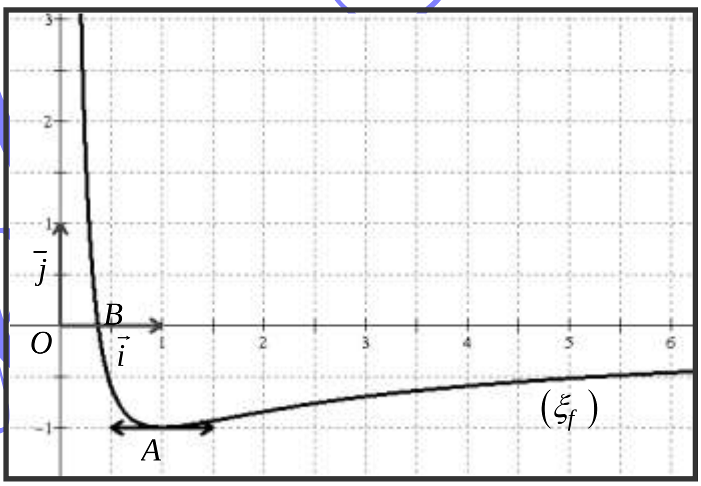
2/ *En déduire* I et J.

Exercice n°02 (3 pts) :

La courbe (ξ_f) *ci-dessous représente une fonction* f *définie et dérivable sur* $]0,+\infty[$.

On note f' *la fonction dérivée de* f *sur* $]0,+\infty[$. *Les axes* $(O,\vec{i})$ *et* $(O,\vec{j})$ *sont des asymptotes à* (ξ_f).

La courbe (ξ_f) *passe par les points* $A(1;-1)$ *et* $B\left(\frac{1}{e};0\right)$ *et admet une tangente parallèle à* $(O,\vec{i})$ *au point* $A(1;-1)$.



En utilisant les données ci-dessus déterminer sans justification :

a) $f(1)$ *et* $f'(1)$.

b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

c) *Les solutions de l'inéquation* $f(x)\geq 0$.

d) *Les solutions de l'inéquation* $f'(x)\geq 0$.

Exercice n°03 (6 pts) :

Le plan $\mathscr{P}$ *est rapporté à un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit $g(x)=\frac{3e^x+5}{e^x+2}$

1/ *Déterminer* D_g.

2/ *Calculer :* $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} g(x)$; *Interpréter graphiquement les résultats obtenus.*

3/ Déterminer le domaine de dérivabilité de g et calculer $g'(x)$.

4/ Dresser le tableau de variation de g.

5/ Montrer que g réalise une bijection de D_g sur un intervalle I que l'on précisera.
On note h la bijection réciproque de g.

6/ Expliciter $h(x)$ pour $x \in I$.

7/ Tracer (ξ_g) et (ξ_h).

Exercice n°04 (4 pts) :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

On considère l'équation d'inconnue complexe z :

$(E): z^3-(4+2i)z^2+(2+7i)z-3(i-1)=0$

1/ Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle z_0.

2/ Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_1.

3/ a) Déterminer la troisième solution z_2 de l'équation (E) et placer les points $A(z_0)$; $B(z_1)$ et $C(z_2)$.

Soit D un point du plan d'affixe $z_3=z_2+2$

b) Qu'elle est la nature du triangle BAD ?

Exercice n°05 (4 pts) :

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points $A(-1;-1;1)$; $B(3;2;-1)$ et $C\left(1;\frac{1}{2};1\right)$.

1/ a) Montrer que les points A ; B et C ne sont pas alignés.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan $P=(ABC)$.

2/ On considère l'ensemble S_m des points $M(x,y,z)$ vérifiant :

$$x^2+y^2+z^2-2mx-2(m+1)y+m^2+2m=0 \quad ; \quad m\in\mathbb{R}.$$

a) Montrer que S_m est une sphère dont on précisera, en fonction de m son centre I_m et son rayon R_m.

b) Déterminer l'ensemble des points I_m lorsque m décrit $\mathbb{R}$.

c) Etudier suivant les valeurs de m l'intersection de la sphère S_m et du plan P.

Bon Travail ....