L .S.SIJOUMI

Année :2015/2016

Devoir de control n 2

Niveau :4 tech1

M : Abidi -Fayçal

Exercice N 1 (6 pts)

1/ Soit h la fonction définie su$]0\ ;\ +\infty[$ $par\ h(x) = xln(x^2) - 2x$

a) Calculer :$\lim_{x\to 0^+} h(x)$
b) Etudier les variations de h
c) Montrer que l'équation h(x) = 0 admet une solution unique $\propto \in]0\ ;\ +\infty[$ et Vérifier que : 2,7 $<\propto<$ 2,8
d) Montrer que $*\quad si\ 0 < x <\propto \quad on\ a \quad h(x) < 0$
$*\quad si\ x > \propto \quad on\ a \quad h(x) > 0$

2/ Soit f la fonction définie sur $IR_+\ par\ f(x) = \begin{cases} x^2 lnx - \frac{3}{2}\,x^2 & si\ x > 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$

Soit (ζ_f) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $R(O\quad \vec{i}\quad \vec{j})$

a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 . Interpréter graphiquement le résultat
b) Montrer que $\forall\ x\ \in]0\ ;\ +\infty[: f'(x) = h(x)$
c) Dresser le tableau de variation de f
d) Tracer (ζ_f)

Exercice N°2 : (7 pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}\quad \vec{j}\quad \vec{k})$

on considère les point A(0,1,2) , B(2,0,3) , C(-1,0,0) et I(1,2,1)

1) a/ Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et en déduire que A, B et C ne sont pas alignés.

b/ On désigne par P le plan (ABC).Montrer qu'une équation cartésienne de p est $P : x + y - z + 1 = 0$

2) Soit (S)= $\{ M(x, y, z) \in \xi;\ \ tel\ que : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 3 = 0\}$
a/ Montrer que (S) est une sphère de centre le point I et déterminer son rayon
b/ Montrer que le plan P est tangent à (S) en A.
c/ Calculer le volume du tétraèdre IABC.
3) Soit H le milieu du segment [IA] et Q le plan passant par H et parallèle à P .
a/ Montrer que le plan Q et la sphère (S) sont sécants suivant un cercle (C) .
b/ Déterminer le centre et le rayon du cercle (C).

Exercice N ° 3 : ***(4 pts)***

Soit f la fonction définie sur [-2 ,2] par $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

1) Montrer que f admet des primitives sur [-2 ,2].
2) Soit F la primitive de f sur [-2 ,2] qui s'annule en 0.

On pose $\forall x \in [-2\,,2]\ \ H(x) = F(x) + F(-x)$.

a) Montrer que H est dérivable sur [-2 ,2] et calculer H'(x).

b) Montrer que $\forall x \in [-2\,,2]$ ona $H(x) = 0$.

c) En déduire que F est impaire.

Exercice N 4 : ***(3 pts)***

Cocher la réponse exacte aucune justification n'est demandé :

1) Soit $f(x) = \ln(4 - x^2)$ l'ensemble de définition de f est :

 a/ [-2 , 2] b/]-2 , 2[c/]0 , +∞[

2) La fonction dérivée de f est égale

 $a/\ f'(x) = \frac{x}{4-x^2}$ $b/\ f'(x) = \frac{2x}{4-x^2}$ $c/\ f'(x) = \frac{2x}{x^2-4}$

3) Soit $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$; $x \in]1\,,+\infty[$ est F une primitive de f sur]0 , +∞[alors

 a/ $F(x) = \ln(x^2 - x) + k$; b/ $F(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + k$; c/ $F(x) = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + k$

4) $\mathrm{Ln}(\sqrt{5} - 2) + \mathrm{Ln}(\sqrt{5} + 2) =$

a/ 1 b/ 0 c/ 2