

Exercice n° 1 : (3points)

I) Pour chacune des questions, une seule des réponses a, b ou c est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\ln x} =$ a) 0 ; b) $+\infty$; c) 1

2) l'ensemble des solutions de l'inéquation : $\ln(x+3) < \ln 6$ est :

a) $] -3, 3[$; b) $] -\infty, 3[$; c) $] 0, 3[$

3) Si $f(x) = \frac{1}{3x-1}$ alors une primitive F de f sur $]\frac{1}{3}, +\infty[$ est définie par :

a) $F(x) = \ln(3x-1)$ b) $F(x) = 3\ln(3x-1)$ c) $F(x) = \frac{1}{3}\ln(3x-1)$

II) Répondre par vrai ou faux :

1) Soit A, B et C sont trois points du plan. Si A, B et C sont trois points alignés alors

$$\overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

2) Soit $R = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormé direct de l'espace. On a alors : $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$

3) Soit A et B deux points distincts de l'espace. L'ensemble des points M de l'espace tel que : $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ est un plan.

Exercice n° 2 : (6points)

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points $A(3, 2, 6)$; $B(1, 2, 4)$ et $C(4, -2, 5)$

1) a) vérifier que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}$.

b) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c) Donner une équation cartésienne du plan $P = (ABC)$.

2) a) Calculer l'aire du triangle ABC.

b) Déterminer les coordonnées du point D pour que ABDC soit un Parallélogramme.

c) En déduire l'aire du Parallélogramme ABDC.

3) a) Montrer que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.

b) Calculer le volume du tétraèdre OABC

4) Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan P. Déterminer les coordonnées de H.

Exercice n° 3 : (6points)

Soit f la fonction définie sur \mathfrak{R}_+ par : $f(x) = \begin{cases} 1 + x \ln x & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

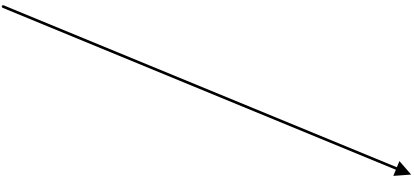
1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

- c) Dresser le tableau de variation de f .
- 2)a) Ecrire une équation de la tangente D à C au point d'abscisse 1.
- b) Pour $x \in]0, +\infty[$ on pose $h(x) = f(x) - x$. Etudier le sens de variation de h
- c) En déduire la position de C par rapport à D .
- d) Etudier la branche infinie de C au voisinage de $+\infty$.
- 3) Construire D et C dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) . (unité graphique 2cm)

Exercice n° 4 : (5 points)

A/ On a représenté ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 - \ln(x) - x^2$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		-
$g(x)$		

- 1) Compléter ce tableau
- 2) Calculer $g(1)$ et déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

B/ On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = -x + \frac{\ln x}{x}$

- 1) a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
- b) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) Soit C_f la courbe de f dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j})
- a) Montrer que C_f admet une asymptote oblique $\Delta : y = -x$ au voisinage de $+\infty$.
- b) Etudier la position relative de C_f et Δ .
- 3) Tracer Δ et C_f dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j})