Epreuve : Mathématiques	Devoir de contrôle n 2	Durée :2h
Prof : MAATALLAH	Le 08 - 02 - 2010	Classe : 4 Tec1

EXERCICE N1 :(8 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère les points $A(2,1,0)$, $B(4,-1,2)$ et $C(-1,1,3)$ et on désigne par J le milieu du segment $[AB]$.

1/ a- Déterminer la nature du triangle ABC.

b-Montrer qu'une équation cartésienne du plan P= (ABC) est : $x + 2y + z - 4 = 0$.

2/ Soit Q={$M(x,y,z) \in \mathfrak{E}$ tels que : $\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}\right)=0$}. Montrer que Q est le plan médiateur du segment $[AB]$ d'équation cartésienne : $x - y + z - 4 = 0$.

3/ Soit Δ la droite d'intersection des plans P et Q et soit le point $I(0,3,4)$.

a-Donner une représentation paramétrique de la droite Δ .

b-Montrer que la sphère S de centre I et tangente à la droite Δ a pour équation :

$x^2+y^2+z^2-6y-8z+16=0$. Préciser le point de contact de S et Δ .

c-Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.

4/ Calculer le volume du tétraèdre IABC.

EXERCICE N2 :(12 points)

On considère la fonction numérique g définie sur]0 ; +∞[par : $g(x) = x^2 - 2\ln x$

1/ Étudier le sens de variation de g. En déduire le signe de $g(x)$ sur]0 ; +∞[.

2/ On considère la fonction numérique f définie sur]0 ; +∞[par : $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1+\ln(x)}{x}$

On appelle (?) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

a- Déterminer la limite de f en 0^+. Interpréter graphiquement le résultat.

b- Déterminer la limite de f en +∞.

c- Montrer que la droite (D) d'équation : $y = \frac{x}{2}$ est asymptote à la courbe (?).

Déterminer la position de (?) par rapport à (D) .

3/ Dresser le tableau de variation de f.

4/ Montrer qu'il existe un point B, et un seul, de la courbe (?) où la tangente (T) à (?) est parallèle à (D).

Préciser les coordonnées de B.

5/ Montrer que l'équation : $f(x) = 0$ a une solution unique α. Justifier l'encadrement : $0{,}34 < \alpha < 0{,}35$

6/ Tracer la courbe (?) et les droites (D) et (T).

Bon travail